

# Estudio de curvas de producción con comportamiento fractal

por Miguel A. Vukelic, Astra CAPSA

El estudio de las historias de producción de pozos de la cuenca del Golfo San Jorge en términos del análisis de Hurst encontró que las fluctuaciones alrededor de la tendencia central no son estadísticamente independientes sino que se encuentran autocorrelacionadas.

La observación de la estadística fractal en las curvas de producción debe ser tenida en cuenta en la predicción de valores extremos y una forma de hacerlo es calculando fluctuaciones sintéticas como la que se muestra en este trabajo que hoy publicamos.

El trabajo *Estudio de curvas de producción con comportamiento fractal* que obtuvo mención especial en el 2° Simposio de Producción de Hidrocarburos realizado recientemente en Mendoza, permite anticipar valores mínimos de producción que de otra forma no podrían predecirse.

*Miguel A. Vukelic es Licenciado en Física, egresado del Instituto Balseiro en 1989. En 1990 ingresó a ASTRA CAPSA. Ha trabajado en los yacimientos que la empresa opera en la cuenca del Golfo San Jorge como Ingeniero de Producción y Reservorios. Actualmente está trabajando en el sector Reservorios de la Gerencia de Ingeniería en Mendoza.*

## MODELOS DE PRODUCCION

**L**a curva de producción de petróleo de los pozos tiene una tendencia central y fluctuaciones alrededor de ésta. Para extraer esta tendencia central se realiza un ajuste de los datos con un modelo de producción del pozo. Los modelos de producción mas comúnmente utilizados son el exponencial, el hiperbólico, el de Fetkovich<sup>1</sup>, el exponencial por tramos y el hiperbólico-exponencial<sup>2</sup>.

Los modelos de producción son funciones que dependen del tiempo y de un juego de parámetros, de modo que al hacer el ajuste de los parámetros (generalmente por mínimos cuadrados), reproducen la tendencia principal de la historia de producción de petróleo del pozo.

Estos modelos se utilizan para hacer previsiones de la producción que va a tener el pozo, para caracterizar el comportamiento de un conjunto de pozos, y para hacer una discriminación de la producción proveniente de la terminación, de las reparaciones y de los proyectos de recuperación secundaria a los que esté afectado.

Aunque algunos de estos modelos de producción no tengan un significado físico se ha encontrado que reproducen muy bien el comportamiento del pozo en lo que refiere a la tendencia central. Y lo que generalmente se asume, al igual que con las mediciones realizadas en un laboratorio, es que las desviaciones de esta tendencia central son debidas a errores de medición.

## Fluctuaciones

En la Figura 1 se puede ver un ejemplo de un pozo que produjo por primaria

y luego fue afectado por un proyecto de recuperación secundaria.

Se observa una tendencia principal que es lo que capta el modelo al hacer el ajuste de los parámetros. Sin embargo puede verse que hay una fluctuación importante alrededor de la misma.

## ¿Estas fluctuaciones son errores de medición?

La respuesta es: en parte sí y en parte no.

Aquí hay que notar la diferencia entre los errores de las mediciones y las variaciones en la producción debidas a las modificaciones de las condiciones de extracción. Por ejemplo: cambios de régimen, dosificación de productos químicos, deterioro de la bomba de producción (en caso de que el pozo tenga una bomba), deposición de parafinas o carbonatos, cambios de la bomba de producción, etc. Es decir que por un lado hay un constante deterioro de las condiciones de producción y por otro, hay una constante optimización de las mismas.

Las barras de error de las mediciones en cada punto no son tan grandes como para que la curva ajustada pase por dentro de todas ellas. En este caso la probabilidad de obtener los puntos dados de los parámetros (que es lo que se identifica con la verosimilitud de los parámetros dadas las mediciones) va a ser muy baja. En este sentido el modelo es malo ya que la curva ajustada debería pasar cerca de cada punto, o al menos dentro de las barras de error de los mismos.

Para hacer una analogía de las mediciones de la producción con las realizadas en un laboratorio podemos utilizar el siguiente ejemplo: supongamos que quere-

mos medir la resistencia eléctrica de un material a través de una muestra del mismo, a la que se le agrega y se le saca aleatoriamente una porción arbitraria de la muestra, de modo que el promedio de la cantidad de muestra para un intervalo de tiempo grande sea la misma. Si esto se hace mientras estamos realizando la medición, de modo que los errores de medición sean comparables a las variaciones de la resistencia producida por el agregado y sacado de una porción de la muestra, vamos a tener un efecto análogo al de las variaciones de la producción de un pozo.

### Autocorrelación y Análisis de Hurst

Hurst<sup>3</sup> descubrió una ley empírica que siguen muchos procesos naturales y está expresada por:

$$R/S \propto t^H$$

Donde R es el rango, S es la desviación estándar, t es el tiempo y H es el ex-

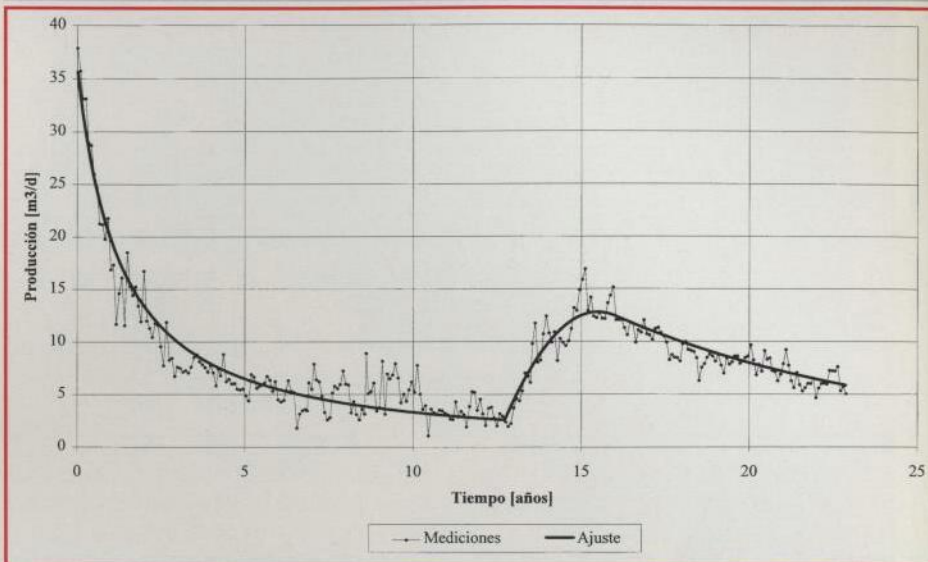
ponente de Hurst (ver el Anexo I para una descripción de estas variables).

Analizando los registros de los valores de muchos fenómenos naturales a través del tiempo, como la descarga de ríos, el nivel de lagos, el número de manchas solares, la temperatura, las lluvias, el espesor

de los anillos de los árboles, la porosidad en función de la profundidad, etc., se observa que estos datos siguen muy bien esta ley empírica y que tienen un exponente<sup>3</sup>

$$H = 0.73 \pm 0.09$$

Esto es notable ya que evidencia una

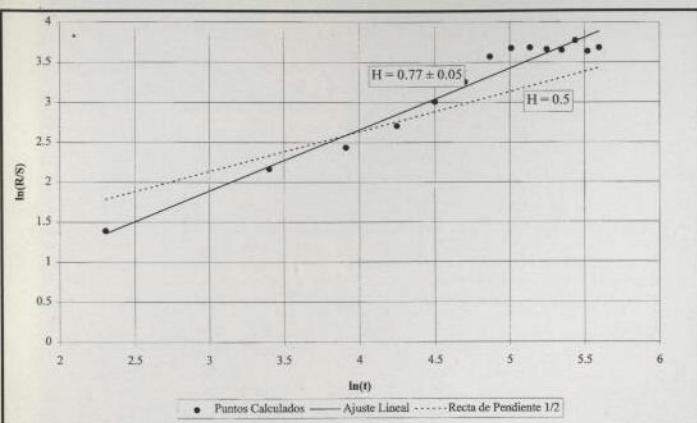


# DONG WON CORPORATION

## EXPLORACIÓN Y PRODUCCIÓN PETRÓLEO Y GAS

MAIPU 1300 - PISO 18° - (1006) BUENOS AIRES, ARGENTINA  
TEL.: 312 - 9480 / 7105 / 0287 - FAX: 312 - 9489

Análisis de Hurst realizado con los datos de la Figura 1.  
El intervalo de tiempo tomado es de 20 meses.



autocorrelación de los valores medidos. Si las fluctuaciones en los registros fueran generadas por procesos estadísticamente independientes y con varianza finita,  $H$  tendería asintóticamente a  $1/2$ . Este tipo de autocorrelación en las mediciones genera registros fractales con una dimensión fractal

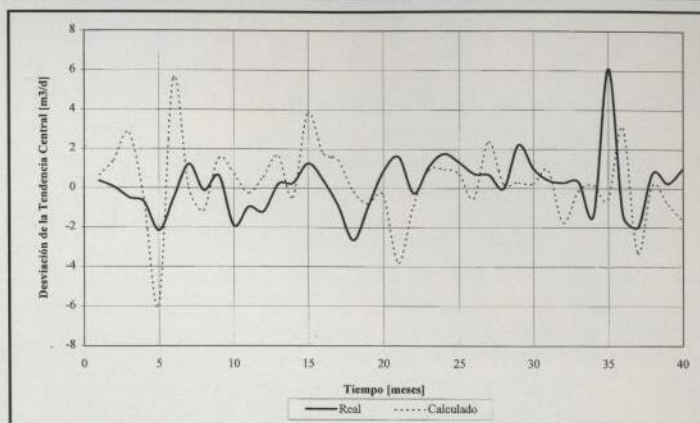
$$D = 2 - H$$

Para el caso de la descarga de los ríos uno puede imaginarse cómo se produce la

autocorrelación. Supongamos que el río tiene una descarga grande, entonces habrá más agua disponible para evaporar y esto a su vez implica que va a haber más lluvia, con lo que la descarga del río va a tender a permanecer alta. Por el contrario si estamos en una época de sequía hay poca agua disponible para evaporar y la descarga del río permanecerá baja en promedio.

Valores de  $H$  mayores a  $0.5$  son característicos de procesos estocásticos persistentes, es decir procesos en los cuales si

Comparación de las fluctuaciones reales y las "sintéticas" para los últimos 40 meses de producción del pozo de la Figura 1. El cálculo se realizó en base a la historia de producción anterior, buscando un juego de valores que maximicen la correlación de la recta de ajuste en el gráfico de Hurst con un intervalo de tiempo de 20 meses.



se observa una tendencia, de aumento o disminución, es esperable que esta siga. Un ejemplo de este tipo de procesos es la altura de las olas en el océano donde se ha observado un valor de  $H = 0.92$ . Estos procesos muestran tendencias más o menos claras con relativamente poco ruido, tendiendo a parecerse a algo periódico.

### Análisis de Hurst aplicado a la Cuenca del Golfo San Jorge

Hemos utilizado el análisis de Hurst



**MOTO MECANICA ARGENTINA S.A.**

Quality Valves & Wellhead Equipment

**Fabricante de:**

- Equipos de cabeza de pozo y armadura de surgencia.
- Sistemas de seguridad de superficie y telecomando de pozos.

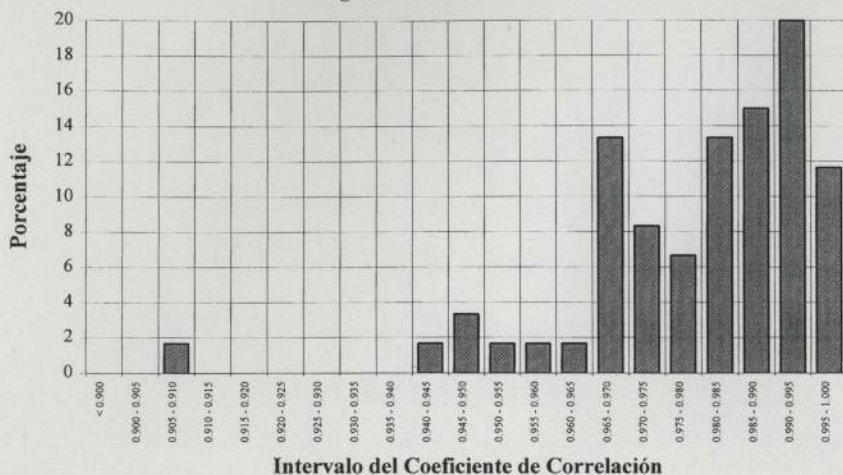
**REPRESENTANTE DE:**



Fábrica y Administración: Ruta 8 - Km 20,700 - C.C 20 - (1657) Loma Hermosa  
Pdo 3 de febrero - Pcia de Buenos Aires

Tel.: 769-0044 / 0500 / 0883 / 0609 / 4778 - Fax: 769-0258 - Telex: 26232 MOME AR

Histograma de Correlaciones



Porcentaje Acumulado



para ver si las fluctuaciones de las mediciones de la producción neta de los pozos respecto del valor ajustado por el modelo de producción son estadísticamente independientes o no.

Se seleccionaron 60 pozos del área Manantiales Behr y Cañadón Seco, ubicadas en el flanco norte y el flanco sur respectivamente de la cuenca del Golfo San Jorge, para realizar el análisis de Hurst con las diferencias entre las mediciones de la neta producida por los pozos y el valor que arroja el ajuste del modelo de producción.

En la *Figura 4* se observa el histograma de los coeficientes de correlación de la recta ajustada en el gráfico  $R/S$  vs.  $t$ . Allí se ve que, en la mayoría de los pozos, las desviaciones de la producción respecto del modelo siguen la estadística de Hurst ya que los coeficientes de correlación de la recta son cercanos a 1.

En la *Figura 5* se observa el histograma de los exponentes  $H$ . El promedio es  $0.8 \pm 0.2$ . Si estas variaciones fueran estadísticamente independientes arrojarían un valor de 0.5, por lo tanto uno puede concluir que las fluctuaciones están autocorrelacionadas. Esto da una curva de producción de dimensión fractal  $D = 1.2 \pm 0.2$ .

Vemos también que las fluctuaciones en la producción neta tienen un exponente  $H$  próximo al que tienen las fluctuaciones de muchos procesos naturales.

En la *Figura 2* se muestra el análisis de Hurst con las diferencias entre las me-

Tubosistema en PVC para conducción de petróleo y drenaje de agua de purga y en PE para conducción de gas

Tubosistema en PE para conducción de gas

UNA EMPRESA

CINPLAST I.A.P.S.A.

Corrientes 330, Piso 6º, Of. 612

1378 Buenos Aires

Tel.: (01) 394-5014/328-8136 AL 39

Fax: (01) 328-8130

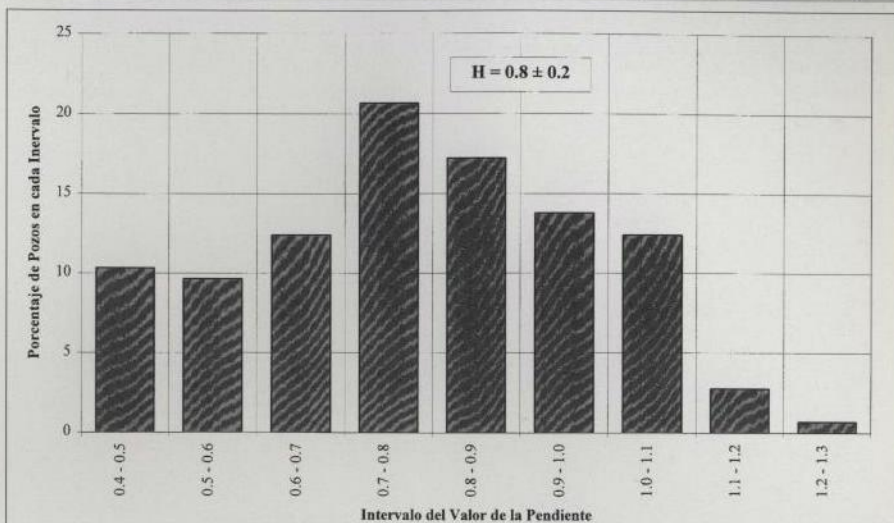
diciones y el modelo de producción, con los datos de la Figura 1. Observamos que la pendiente de la recta es  $H = 0.77 \pm 0.05$ , es decir que estas fluctuaciones están autocorrelacionadas. En este caso la dimensión fractal de la historia de producción sería  $D = 1.23 \pm 0.05$ .

En la Figura 6 se muestra otro ejemplo de un pozo que produjo por primaria únicamente. El análisis de Hurst se muestra en la Figura 7 donde se ha hecho con varios intervalos de tiempo: 5, 10, 15 y 20 meses, no observándose una disminución neta de la dimensión fractal a medida que el intervalo de tiempo se agranda.

### Previsión de valores extremos de las fluctuaciones

Ya que las fluctuaciones no son totalmente aleatorias, cabe preguntarse si es posible extraer alguna información adicional para mejorar la previsión de la producción total del pozo. Como las fluctuaciones tienen una componente aleatoria, no es posible predecirlas, sin embargo podemos hacer una previsión de los valores extremos que pueden tomar de la siguiente manera:

Si realizamos el análisis de Hurst en un pozo y encontramos que los puntos se alinean correctamente, podemos preguntarnos cuál es el conjunto de fluctuaciones previstas que darán puntos en el gráfico  $\ln(R/S)$  vs.  $\ln(t)$  de forma que se maximice la correlación de la recta de ajuste. Realizamos la búsqueda de los puntos que maximizan la correlación con el mé-



todo *Simulated Annealing*. Este método permite minimizar funciones discontinuas como es nuestro caso<sup>4</sup>. En las Figuras 3 y 8 se ven los resultados de las fluctuaciones sintéticas calculadas para los últimos 40 y 30 meses para el primer y segundo ejemplo respectivamente.

En este último ejemplo, la curva de producción presenta fluctuaciones importantes en los primeros 40 meses y desde el mes 40 al 60 las fluctuaciones disminuyen considerablemente. El pozo sin embargo presenta un incremento importante en la producción alrededor del mes 70. En la curvas calculadas que se presentan en la Figura 8 se puede observar que se predice un incremento en la producción importante de aproximadamente la misma magnitud que el que luego se produjo efectivamente. La desviación estándar de las fluctuaciones de los primeros 60 me-

ses es  $1.14 \text{ m}^3/\text{d}$  y el máximo alrededor del mes 70 es de  $2.5 \text{ m}^3/\text{d}$  por lo tanto este apartamiento del modelo está a más de 2 desviaciones estándar. Es decir que si nos guiamos por la estadística convencional este incremento no se podría haber previsto. Sin embargo utilizando esta técnica se prevé un pico de  $2.2 \text{ m}^3/\text{d}$ .

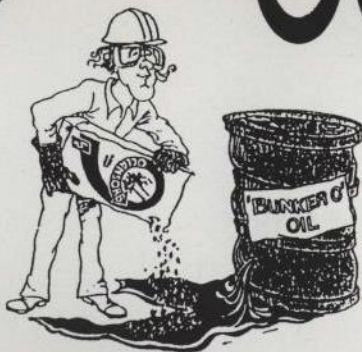
Las fluctuaciones sintéticas calculadas de esta manera no son la única respuesta posible al problema. Es una de las infinitas combinaciones que satisface la condición de que se preserve la autocorrelación observada en las fluctuaciones reales. Por lo tanto no debe considerarse a las fluctuaciones calculadas como una extrapolación de las fluctuaciones reales sino como una de las posibles curvas que tienen la misma "pinta" (estadística) que las mediciones de producción.

Este método es equivalente al utilizado

## NUEVO ABSORBENTE PETROLERO

# OCLANSORB™

NO TOXICO



**Puede ser usado en:** estaciones de servicio, aeropuertos, refinerías, diques, plantas químicas, plataformas marinas, compañías ferroviarias, centrales hidro-eléctricas, industrias de esmaltes y pinturas, fábricas de papel, etc.

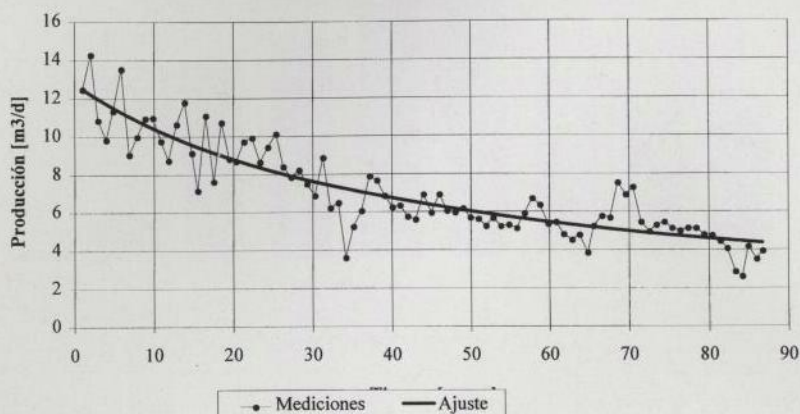
**Puede absorber:** todos los fluidos a base de aceites, incluyendo los bifenilos policlorados (BPC), el gasóleo, los combustibles de aviación, la gasolina, el aceite de motor, las pinturas y tintas a base de aceites, los aceites vegetales.

FACIL APLICACION - ABSORCION HASTA 12 VECES SU PESO  
REACCION INSTANTANEA - NO CONTAMINA EL MEDIO AMBIENTE

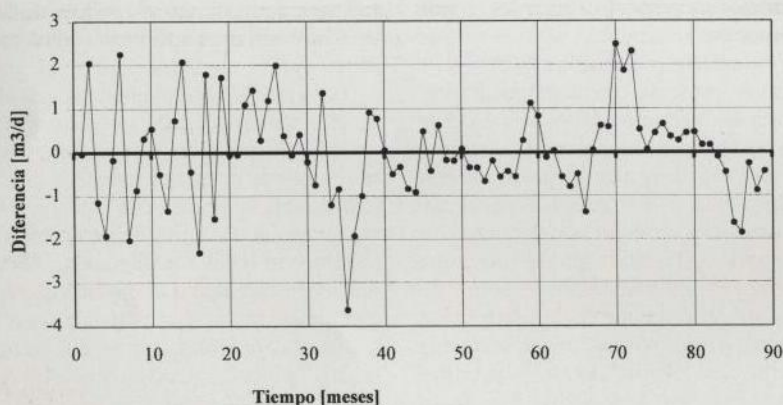
DAG & SONS S.A.

AV. CORDOBA 836, PISO 12, OF. 1210 - (1054) BUENOS AIRES  
REPUBLICA ARGENTINA - TEL./FAX (01) 326-6908

Historia de Producción



Medición - Ajuste



en la Ref. 4 para calcular los valores de permeabilidad, porosidad, etc. para completar la grilla de una simulación numéri-

ca de reservorios. La diferencia radica en que allí se utilizan semivariogramas en lugar del gráfico de Hurst.

## CONCLUSIONES

Se ha encontrado que las fluctuaciones en la historia de producción, de estos pozos al menos, están autocorrelacionadas y creemos que no hay motivo para pensar que en otros yacimientos va a ser diferente. Esto plantea un problema en el uso del método de mínimos cuadrados para encontrar los parámetros de máxima verosimilitud, ya que en la deducción del mismo se utiliza la hipótesis de que las mediciones son eventos estadísticamente independientes y aquí vemos que no lo son. Por lo tanto las predicciones de producción basadas en la extrapolación de las curvas de producción son susceptibles de ser mejoradas si se tiene en cuenta la autocorrelación de las mediciones y se cambia el método de mínimos cuadrados por otro que tenga en cuenta la observación realizada en este trabajo.

Nuestra observación de la estadística fractal en las curvas de producción debe ser tomada en cuenta en la predicción de valores extremos sobre la base de las observaciones realizadas. Una forma de hacer esto es calculando fluctuaciones sintéticas como la que se muestra en este trabajo, es decir maximizando la correlación de la recta de ajuste en el gráfico de Hurst. Los resultados obtenidos muestran que los valores extremos de las fluctuaciones son semejantes a los reales.

Tener en cuenta estos efectos cobra importancia cuando consideramos la previsión de producción no sólo de un pozo sino de todo el yacimiento o la compañía, ya que podemos anticipar valores mínimos de producción que de otra forma, utilizando solo la tendencia central, no los podríamos predecir.

 **AZIMUTH S.A.**  
DIVISION INGENIERIA

UN NUEVO CONCEPTO EN PLANTAS  
DE TRATAMIENTO DE AGUA, GAS Y PETROLEO

Suipacha 924 1º Piso - (1008) Buenos Aires - Argentina  
Tel. y Fax: (0541) 328-7822 / 328-0675