

MECANISMOS DE ESTRATIFICACIÓN EN FORMACIONES GEOLÓGICAS

María Alejandra Aguirre, Nicolás Nerone, Irene Ippolito[†], Adriana Calvo y Daniel Bideau[†]

Grupo de Medios Porosos, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires. Paseo Colón 850 (1063) Buenos Aires, Argentina

[†]Groupe Matière Condensée et Matériaux (UMR CNRS 6626), Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, Francia

Abstract

En este trabajo, se estudian tres mecanismos que dan origen al proceso de estratificación en la formación de suelos: segregación por gravedad, por flujo y dinámica de avalanchas. En primer lugar, se modela el proceso de percolación de una partícula pequeña bajo la acción de la gravedad, a través del espacio definido por grandes granos. Este proceso está dominado por interacciones de tipo colisional. Se encuentra que el comportamiento de la partícula percolante es estacionario y caracterizado por una velocidad constante. En segundo lugar (segregación por flujo), se realiza un exhaustivo estudio de la dinámica de una partícula desplazándose sobre una pendiente rugosa. Se comprueba la existencia de tres regímenes dinámicos en función del ángulo de inclinación de la pendiente y de la relación de diámetros de la partícula rodante y los granos que constituyen la superficie rugosa. En un tercer estudio, se analiza la estabilidad de empaquetamientos granulares sometidos a la acción de la gravedad (avalanchas) en función del número de capas del sistema. Se encuentra que el número de capas tiene una influencia significativa en ambas variables para sistemas de pocas capas. Superado un número crítico de capas, la estabilidad del sistema permanece invariante.

Introducción

Muchos de los acuíferos y reservorios petrolíferos están formados por materiales de grava y arena no consolidados o parcialmente consolidados por el transcurso del tiempo. En general, estas formaciones presentan estructuras estratificadas como producto del depósito inicial de granos que fueron transportados mediante mecanismos tales como aluviones, avalanchas, suspensión, saltación, etc.

Es sabido que durante la recuperación secundaria de petróleo en un reservorio estratificado, se produce intercambio de fluidos entre zonas de alta y baja permeabilidad, debido a los efectos capilares. En estos casos, es importante conocer que tipo de heterogeneidad presenta el reservorio. Normalmente se dispone de esta información -a través de las muestras extraídas en el pozo- sólo en la dirección vertical pero no se conocen las variaciones laterales de las propiedades del reservorio. En este sentido, es útil acercarse al problema desde el punto de vista de los procesos geológicos que dieron lugar a la estratificación horizontal [1].

El estudio de las propiedades físicas del proceso de estratificación exige una comprensión de los mecanismos básicos que lo genera. Cualitativamente, una avalancha puede describirse como material granular compuesto por granos de diversos tamaños, que fluye por una pendiente. En el transcurso del movimiento, los granos se separan en bandas de tamaño creciente en la dirección perpendicular a la pendiente [2], fenómeno conocido como segregación por gravedad. Como producto de esta segregación se produce un segundo fenómeno vinculado a la diferente dinámica que sigue cada capa. El resultado es que los granos más grandes se depositan a mayor distancia de la base de la pendiente que los más pequeños (segregación por flujo), provocando la estratificación. Esto es, se está en presencia de un

complejo fenómeno que incluye: segregación por gravedad, segregación por flujo y dinámica de avalanchas. Todos ellos son procesos conocidos empíricamente pero de reciente interés en el ámbito científico.

En este trabajo se presenta la modelización experimental de los tres mecanismos. En primer lugar, se modela el proceso de percolación de una partícula pequeña sometida a la gravedad, a través del espacio definido por las partículas grandes (medio poroso). Así se estudia el movimiento de dicha partícula en el interior del medio poroso en función de la relación de diámetros. Este proceso está dominado por interacciones de tipo colisional. Desde un punto de vista estadístico, el comportamiento de la partícula percolante puede ser descrito por una marcha aleatoria con características difusivas.

En segundo lugar, se realiza un exhaustivo estudio de la dinámica de una partícula desplazándose sobre una pendiente rugosa. Se comprueba la existencia de tres regímenes dinámicos en función del ángulo de inclinación de la pendiente y de la relación de diámetros de la partícula rodante y los granos que constituyen la superficie rugosa. Estos tres regímenes explican el fenómeno de segregación por flujo.

Finalmente, un tercer estudio experimental está dedicado a la comprensión de los procesos de avalanchas. Se investiga la estabilidad de empaquetamientos granulares monodispersos sometidos a la acción de la gravedad, así como la masa desplazada durante la avalancha en función del número de capas del sistema. Se encuentra que el número de capas tiene una influencia significativa en ambas variables para sistemas de pocas capas. Superado un número crítico de capas, el sistema presenta un comportamiento invariante y evoluciona hacia un estado determinado, caracterizado por el ángulo que forma la superficie libre final con la horizontal. Igualmente, la masa arrastrada por la avalancha se mantiene constante.

I – Segregación por gravedad.

En esta primera parte, se estudia el movimiento de una partícula pequeña que fluye por gravedad dentro de un empaquetamiento tridimensional y desordenado de esferas monodispersas. Como se ha dicho en la introducción, este estudio es una idealización de lo que ocurre cuando se deja fluir un medio granular formado por distintos tamaños de granos inicialmente mezclados: los más pequeños pasan a través de los espacios generados por los más grandes llevando a una separación o segregación por tamaño.

Este proceso se conoce comúnmente como percolación intra-partículas y se define como el drenaje de una partícula pequeña de diámetro d a través de los intersticios (zonas de fallas o de muy alta porosidad) formados por grandes granos. Esto puede ocurrir cuando se aplica algún esfuerzo ([4],[5]) o espontáneamente ([6],[7]), bajo gravedad, si el diámetro de las partículas percolantes es suficientemente pequeño comparado con las del empaquetamiento.

En trabajos previos ([3],[7]) se pone de manifiesto que durante la percolación espontánea dentro de medios compuestos de granos uniformes el movimiento consiste en una sucesión de colisiones y vuelos parabólicos entre el grano pequeño y los granos que constituyen el medio. Los autores observaron que dicho movimiento se ve poco afectado por el coeficiente de fricción entre la partícula en movimiento y los granos del medio.

Desde el punto de vista teórico, Wilkinson y Edwards [8] realizaron una aproximación basada en el movimiento Browniano ([9], [10]) bidimensional para comprender cuál es la influencia del coeficiente de restitución durante el trayecto de la partícula. Para el caso de colisiones elásticas, la velocidad media adimensionalizada debería depender del coeficiente de restitución de la siguiente manera:

$$\frac{\langle V \rangle}{\sqrt{2gD}} \propto (1 - e)^{1/4} \quad (1)$$

Donde $\langle V \rangle$ es la velocidad media de la partícula percolante, g la aceleración de la gravedad y D el diámetro de los granos que constituyen el medio.

El movimiento de la partícula dentro de un empaquetamiento desordenado y homogéneo puede asimilarse al efectuado por moléculas en gas (movimiento Browniano) a pesar de que las masas a las que no referimos en medios granulares son mucho más importantes que la escala molecular. En un trabajo reciente [11], se presenta un análisis experimental detallado de las propiedades difusivas en medios granulares. Allí se discute la existencia de una longitud característica, correspondiente a la longitud de correlación de velocidades de la partícula percolante. Dicho proceso se encuentra que no está afectado por el tamaño de la partícula en movimiento, sino que resulta dominado por el tamaño característico de los poros, que en el caso de un medio homogéneo resulta del orden del tamaño de las esferas que lo componen.

En este trabajo se presenta el estudio experimental del movimiento de una pequeña partícula cuando atraviesa un empaquetamiento homogéneo y desordenado de grandes granos.

Para estudiar experimentalmente el fenómeno, se reduce el número de parámetros. Consideramos un medio estático a través del cual puedan pasar partículas pequeñas sin quedar atrapadas en el interior. El parámetro crítico del problema, es la relación $\xi = d/D$ que compara la dimensión de la partícula percolante d y la dimensión de los granos que constituyen el medio poroso D . Este parámetro se utiliza para determinar el régimen de captura geométrica, que corresponde al entrapamiento de la partícula que fluye en las cavidades del medio. El régimen de no captura corresponderá entonces a valores de x

inferiores al valor crítico $\xi_c = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right) = 0.1547$. Este umbral geométrico (relación Apoloniana [12])

corresponde a la situación en la que la pequeña partícula ocupa exactamente el espacio comprendido entre tres esferas tangentes del medio.

Las experiencias que se presentan en este trabajo, fueron realizadas en condiciones de régimen en donde la partícula percolante no es capturada por el lecho.

El estudio experimental de este tipo de procesos requiere la implementación de medidas indirectas puesto que la trayectoria de una pequeña partícula no puede ser observada directamente a través del empaquetamiento de granos tridimensional. Para estudiar el movimiento de una partícula, se puede por ejemplo diseñar muestras de alturas variables para poder comparar las mediciones. Entonces los lechos porosos deben ser homogéneos y desordenados y tener idénticas propiedades independientemente de la altura de los mismos.

La relación entre el diámetro de los granos que constituyen el lecho poroso D y el de la partícula en movimiento d deben ser apropiados para impedir el entrapamiento de las últimas en el interior del medio. Por otro lado, las pequeñas partículas deben ser lo suficientemente grandes para ser detectadas a la entrada y a la salida del medio.

El dispositivo experimental se muestra en la figura 1 [11] y posee varias partes: el lanzador de pequeñas partículas, el medio poroso, detectores a la entrada y a la salida del empaquetamiento de esferas y una electrónica asociada que permite automatizar el sistema.

El medio poroso está construido a partir de una columna de Plexiglas de 200 mm de diámetro que se ha llenado con esferas monodispersas de vidrio. Los diámetros de esferas que se han utilizado para construir los distintos medios fueron cuatro: $D = 6 \pm 0.2$ mm, 8.4 ± 0.4 mm, 10.1 ± 0.2 mm y 16 ± 0.2 mm. Las porosidades de los empaquetamientos obtenidos son las siguientes (obtenida por pesada): para diámetros $D = 6, 8, 10$ y 16 mm se hallaron porosidades de 0.57, 0.58, 0.59 y 0.55 respectivamente.

Los granos "percolantes" son bolitas de acero inoxidable de diámetros $d = 0.7, 1$ y 2 mm. Estas bolitas tienen diámetro constante dentro de un margen del ± 1.2 μm y un error sobre la esfericidad inferior al 0.8 μm .

La altura H de los medios porosos fue variada entre 4 y 50 cm. La columna de esferas descansa sobre una grilla metálica rígida con orificios de 5 mm de diámetro (fracción de área vacía del 45%). Se verificó que esta grilla no afecte los resultados experimentales comparándolos con un empaquetamiento bidimensional desordenado de esferas pegadas en sus puntos de contacto.

Las bolitas de acero son lanzadas de a una por vez de manera automática. El punto de inyección está localizado muy cerca del primer poro de la primera capa de bolitas del medio poroso. La automatización del lanzador permite enviar muchas bolitas para obtener una buena estadística.

Antes de entrar en el medio poroso, la bolita de acero pasa a través de un detector IR. Esto permite registrar el tiempo inicial de penetración. A la salida del medio poroso (a 80 mm), se ubica una plástico adhesivo que permita coleccionar las partículas y así obtener su distribución espacial. Las bolitas quedan pegadas sobre la hoja plástica y además impide que las mismas reboten a la salida. Para un dado medio, es decir para d , D y H fijos se lanzan 200 partículas una detrás de la otra. La experiencia se repite 6 veces cambiando el punto inicial de inyección: de esta manera, se impide que la bolita de acero atravesase caminos preferenciales que pudieran existir en el medio poroso.

Finalmente, se coloca debajo de la hoja adhesiva un micrófono que permite detectar los impactos de las bolitas de acero. De esta manera, se puede obtener el tiempo de tránsito de la bolita dentro del medio poroso.

El dispositivo experimental provee entonces dos tipos de mediciones: el tiempo de tránsito medio durante el cual la partícula se desplaza y la distribución espacial a la salida del medio poroso.

En primer lugar se analizó la dependencia del tiempo de tránsito medio $\langle T \rangle$ con la altura del medio poroso H y con el diámetro d de las bolitas percolantes para distintos empaquetamientos de esferas construidas a partir de esferas de vidrio de tamaños D . La figura 2 muestra la variación de $\langle T \rangle$ en función de H para una partícula percolante de diámetro $d = 0.7$ mm en tres medios porosos de diámetros de esferas de diámetros $D = 6, 10$ y 16 mm respectivamente.

Se observa que el tiempo de tránsito medio varía linealmente con H para los tres valores de D . Esto muestra que la partícula percolante alcanza un estado de movimiento estacionario con una velocidad límite constante $\langle V \rangle$. La ley de variación lineal es válida para toda la gama de alturas explorada y vemos que extrapola a 0 para $H = 0$. Esto implica que la partícula en movimiento alcanza su velocidad constante rápidamente, probablemente sobre una distancia más pequeña que la correspondiente al primer punto experimental. Por ejemplo para $D = 16$ mm, esta distancia corresponde a $H = 5$ cm, es decir, aproximadamente 3 capas de bolitas. Por debajo de $H = 5$ cm, las mediciones resultan menos precisas a causa de los cortos valores de los tiempos de tránsito.

Por otro lado, para el caso de $D = 16$ mm, las mediciones para valores de H superiores a 25 cm no se han tenido en cuenta puesto que las partículas percolantes alcanzan en esos casos, las paredes del medio poroso. Además, tampoco se han realizado mediciones para relaciones de diámetro d/D cercanas al valor crítico ξ_c puesto que alrededor del 20 % de las partículas quedan atrapadas.

El tiempo de tránsito medio $\langle T \rangle$ de las pequeñas partículas se acorta a medida que D aumenta para una dada altura H . Las partículas en movimiento caen libremente entre dos colisiones sucesivas recorriendo una distancia equivalente al tamaño del poro. En un medio poroso homogéneo, el tamaño del poro es del orden del diámetro de las esferas que los constituyen D . Para una longitud global de la muestra constante, el número de colisiones decrece a medida que D se incrementa. Esto explica por qué la velocidad media se incrementa.

Analicemos ahora la dependencia de la velocidad media con el tamaño de la partícula que transita por el medio d y para un empaquetamiento de esferas dado de diámetro D . La figura 3 muestra la variación del tiempo de tránsito medio $\langle T \rangle$ en función de H para pequeñas partículas de diámetros $d = 0.7, 1$ y 2 mm en lecho constituido de esferas de $D = 16$ mm.

Como en el caso precedente, encontramos que el tiempo de tránsito medio $\langle T \rangle$ siempre varía linealmente con la altura H . Para un dado valor de H , es decir para un dado valor de capas de esferas, el

tiempo de tránsito decrece a medida que el tamaño de la partícula percolante decrece. Esto significa que la velocidad media de las partículas se incrementa y entonces las partículas más pequeñas toman caminos de pasaje más rápidos.

A partir de la pendiente de la variación de $\langle T \rangle$ en función de H se puede calcular la velocidad media.

Las observaciones discutidas precedentemente se pueden resumir de la manera siguiente: para un dado diámetro de partícula percolante d , $\langle V \rangle$ se incrementa con el diámetro de las grandes esferas del lecho poroso D . Por otro lado, para un dado valor D , $\langle V \rangle$ decrece a medida que el diámetro de las partículas percolantes d se incrementa. El valor estacionario $\langle V \rangle$ se alcanza luego de recorrer una distancia muy corta, es decir, luego de sufrir unas pocas colisiones.

Durante el movimiento aleatorio, la partícula percolante interactúa repetidamente con las grandes esferas del empaquetamiento: este proceso disipa energía a través de la fricción (en una menor medida) y de las colisiones inelásticas como fuente de pérdida predominante. Por otro lado, hay una ganancia de energía potencial en las regiones donde se producen los saltos entre dos colisiones sucesivas. El régimen de velocidad constante corresponde al balance energético entre esos dos efectos.

Si se realiza un análisis adimensional del movimiento ([3], [7], [13]), se puede encontrar una expresión para la velocidad media normalizada por la velocidad $\sqrt{2gD}$ alcanzada luego de una caída libre efectuada sobre una distancia igual al diámetro del poro D . Tenemos entonces:

$$\frac{\langle V \rangle}{\sqrt{2gD}} = f\left(\frac{d}{D}, \mu, e, c\right) \quad (2)$$

Donde g es la aceleración de la gravedad; μ el coeficiente de rozamiento; e , el coeficiente de restitución y c , la fracción sólida en volumen.

Como se dijo anteriormente, en estas experiencias y para relaciones del parámetro $\xi = d/D$ suficientemente alejadas del valor crítico, el movimiento de la partícula es una suma de saltos libres y colisiones. En este caso, uno puede suponer que los coeficientes de fricción y de restitución son constantes porque los materiales no han sido cambiados durante las experiencias (interacciones acero inoxidable-vidrio). Por otro lado, también es válido suponer que para el rango de diámetros utilizados, la fracción ocupada por el sólido en volumen no cambia de manera significativa entre una muestra y otra. Entonces la velocidad media adimensionalizada debe depender, en primera aproximación, sólo de la relación de diámetros calculado entre las partículas percolantes y las que componen el medio desordenado. En otras palabras, para un dado valor del parámetro ξ , el número de colisiones efectuado por una partícula sobre una distancia D es constante.

En la figura 4 se han superpuesto las variaciones correspondientes a la velocidad media normalizada en función del parámetro ξ para distintos valores de d y D . Se observa que la velocidad adimensionalizada sólo de la relación de diámetros ξ y no de los valores de los diámetros por separado. La dispersión que se observa en los datos es menor que $\pm 3\%$.

Se puede observar también que $\frac{\langle V \rangle}{\sqrt{2gD}}$ decrece casi linealmente en un 25% cuando d/D se incrementa

de 0.04 a 0.125. Esta variación lineal se extrapolaría a un valor finito $\frac{\langle V \rangle}{\sqrt{2gD}} \sim 0.11$ para el valor

correspondiente al umbral $\xi_c = 0.1547$ por encima del cuál, las pequeñas partículas quedan atrapadas. Esto muestra que el movimiento de las bolitas está influenciado relativamente poco por el valor de ξ

fuera del dominio cercano al valor de ξ_c donde $\frac{\langle V \rangle}{\sqrt{2gD}}$ debería decrecer rápidamente. Sin embargo,

dichos valores de ξ se encuentran fuera del rango experimental. El valor asintótico para $d/D = \xi_c$ debería ser 0, en ese caso entonces las variaciones de la $\langle V \rangle$ deberían ser mucho más importantes.

II – Segregación por flujo.

En esta parte del trabajo se estudian los mecanismos básicos que produce un flujo de partículas que desciende a lo largo de una pendiente rugosa. Este fenómeno, como se adelantó en la introducción, es necesario para contribuir a la formación de estructuras geológicamente estratificadas.

Para facilitar la comprensión del proceso, se analizó el movimiento de un grano sobre una superficie rugosa e inclinada bien controlada.

Para ello se definen los siguientes parámetros del problema:

- la relación de aspecto entre el grano en movimiento y el lecho fijo sobre el cual se mueve: $\phi = R/r$, donde R es el radio del grano en movimiento y r el radio de los granos que constituyen la superficie rugosa.
- el ángulo de inclinación de la superficie rugosa respecto de la horizontal: θ

Se analizó el movimiento de esferas de acero, vidrio de distintos radios (R) sobre un plano inclinado, con dos tipos de superficies rugosas, una de arena y otra de microesferas de vidrio, ambas con radio medio de partícula $r = 0.25$ mm.

El plano consiste en un tablero con un soporte rígido sobre el que se colocó una placa de vidrio para que la superficie rugosa fuese lo más plana posible.

La superficie rugosa consiste en una lámina plástica delgada sobre la que se pegaron las esferas de vidrio o arena. El ángulo de inclinación puede regularse mediante un soporte con cremallera. Sobre la superficie se hacen rodar esferas de acero o de vidrio de diferentes radios, R .

Según el valor de θ , el ángulo de inclinación de la superficie respecto de la horizontal, y de la rugosidad relativa del sistema definida como $1/\phi = r/R$, se pueden observar tres regímenes de movimiento diferentes:

- A: régimen desacelerado,
- B: régimen a velocidad constante,
- C: régimen acelerado donde la esfera también puede saltar.

Para ángulos entre 0.5° y 18° y valores de ϕ entre 2 y 16 se construyeron los diagramas de fase correspondientes a los cuatro sistemas superficie-esfera rodante (figura 5), en ellos pueden observarse en que régimen se ubica cada par (θ, ϕ) .

Se analizó la ubicación relativa en los diagramas de fase de las líneas de transición entre regímenes.

Dichas líneas de transición (figura 5) se encontraron interpolando, para cada valor de ϕ , entre el último valor de θ registrado en el régimen A y el primer valor registrado en el régimen B, de forma tal de obtener una curva suave entre ambos regímenes.

Se encontró que las líneas de transición A-B siguen una ley de potencia de la forma $\theta_{AB} = \theta_{0i} \phi^{-1.33}$ donde el prefactor θ_{0i} caracteriza el tipo de superficie (vidrio $\theta_{0v} = 22^\circ \pm 1^\circ$ y arena $\theta_{0a} = 46^\circ \pm 1^\circ$).

Las líneas de transición B-C en cambio, pueden ser descritas por una variación exponencial cuyos coeficientes dependen sólo del material de la esfera [14].

En el régimen de velocidad constante (B), la velocidad media de la esfera varía con θ y ϕ según:

$$\langle v \rangle \propto \phi^\alpha \sin \theta \quad (3)$$

con $\alpha = 1.4 \pm 0.1$ [15]. Esta ley es válida para todos los sistemas, independientemente del tipo de superficie rugosa y del material de las esferas. Esto confirma la existencia de una fuerza disipativa de tipo viscoso: en el régimen de velocidad constante deben ser iguales la fuerza disipativa y la fuerza impulsora del movimiento (proporcional a $\sin\theta$).

El mismo tipo de variación de $\langle v \rangle$ con θ y ϕ fue encontrado previamente Riguidel *et al.* [16] en un dispositivo experimental similar para un sistema acero-vidrio.

En la figura 5 se puede notar que el comportamiento es cualitativamente el mismo en todos los sistemas aunque se observan pequeños desplazamientos del límite entre las zonas.

Comparando más detalladamente estos diagramas se puede ver que:

1) Para todos los tipos de bolitas, la extensión en θ de la región A es mayor para la superficie de arena que para la de vidrio. Es decir que para igual relación de aspecto, es necesario un mayor ángulo de inclinación en la superficie de arena que en la de vidrio para que una bolita, cualquiera sea su material, alcance el régimen de velocidad constante. Este resultado experimental parece indicar que la superficie de arena ofrece una mayor "resistencia" al desplazamiento de la esfera, haciendo que esta continúe en movimiento desacelerado para ángulos mayores que los correspondientes en la superficie de vidrio. Resulta natural vincular esta "resistencia" con la mayor irregularidad de los granos de arena y con la diferencia en el tipo de contacto esfera-grano.

2) En ambos tipos de superficie, la extensión del régimen de velocidad constante (régimen B) depende del material de la bolita: es mayor para vidrio que para acero. Lo anterior pone de manifiesto que la disipación de energía depende del tipo de grano y que especialmente debe tenerse en cuenta las propiedades elásticas de los granos que influenciarán el tipo de interacción de dichos granos con el lecho fijo.

Por otro lado, teniendo en cuenta las dos leyes de potencia propuestas para la variación de θ_{A-B} y de $\langle v \rangle$ con ϕ , pudo evaluarse la velocidad media mínima con que la bolita puede moverse sin quedar atrapada, es decir, la velocidad media mínima posible en el régimen B.

En la superficie de arena esta velocidad es independiente de θ y de ϕ y su valor debería ser de aproximadamente 5.4 cm/s. Por otra parte, en la superficie de vidrio aparece una leve dependencia en ϕ lo que hace que esta velocidad media varíe entre 4.5 cm/s para $\phi = 2$ y 5 cm/s para $\phi = 16$. Teniendo en cuenta los errores en este cálculo, puede suponerse que, para moverse a velocidad media constante, la bolita - cualquiera sea su material e independientemente de la superficie sobre la que rueda- debe tener una velocidad media superior a los 4 cm/s. Este valor se contrastó con las velocidades medias determinadas experimentalmente, asociadas a los puntos de los diagramas de fase pertenecientes al régimen B más próximos de la línea de transición A-B observándose que los valores experimentales coinciden razonablemente bien con los encontrados lo que verifica la validez de las dos leyes de potencia propuestas para la variación de θ_{A-B} y de $\langle v \rangle$ con ϕ .

Este resultado puede interpretarse físicamente de la siguiente forma. La disipación de energía de la esfera rodante sobre la superficie rugosa puede ser explicada suponiendo que el movimiento de la misma depende de dos tipos de choques: uno "pequeño" debido a las colisiones de la esfera rodante con los granos de la superficie rugosa y otro "grande" que resulta en el entrapamiento de la misma. Esto último sucede cuando la esfera cae súbitamente en una de las cavidades de la superficie o cuando se produce una reflexión en la trayectoria de la misma, como consecuencia del ángulo con que colisiona al grano. La probabilidad de este tipo de entrapamiento, debido a choques "grandes", depende de la velocidad de la esfera y de la profundidad efectiva de las cavidades. Puede encontrarse un análisis más profundo sobre estos mecanismos de disipación en [17].

La universalidad de los diagramas de fase pone en evidencia que la segregación producida por flujo superficial es un fenómeno intrínseco. Cuando se produce una avalancha en una montaña (θ constante) o en un apilamiento granular, el movimiento de las rocas o granos de menor tamaño corresponde al

régimen A por lo que quedan detenidas, mientras que las de mayor tamaño (mayor ϕ) ruedan y/o saltan hasta la base ya que dicho movimiento corresponde al régimen B o al C. En el caso particular del régimen B, los granos de distintos tamaños poseen distintas velocidades según la cuál se depositarán en forma estratificada conformando el terreno.

En realidad sobre la superficie de una montaña existen diferentes valores de θ según sea la pendiente local, esto da lugar a que ocurran desprendimientos en diversas partes de la superficie según sea el valor de θ . A su vez, estos desprendimientos no sólo perturban otras zonas de la superficie sino que también generan cambios locales de pendientes que pueden dar lugar a regiones más o menos estables, esto motiva la necesidad de realizar un estudio más complejo sobre la estabilidad de apilamientos de materia no consolidada que se discutirá en profundidad a continuación.

III - Estudio de la estabilidad de un material granular.

Los flujos de material en un apilamiento granular han sido objeto de un gran número de trabajos científicos [18],[19],[20], particularmente en los últimos diez años, luego del trabajo de Bak, Tang y Wiesenfel en criticalidad auto-organizada [19]. Estos trabajos han demostrado que la estabilidad de los apilamientos granulares está determinada por al menos dos ángulos críticos: el máximo ángulo de estabilidad θ_M , que se define como el ángulo en el que en promedio se desencadena la avalancha y el ángulo de reposo θ_r , que es el ángulo donde en promedio, la avalancha termina. Recientemente, Bouchaud et al [20],[21] han propuesto un nuevo modelo teórico para describir el flujo de un material granular basado en dos ecuaciones acopladas que describen la densidad de granos en movimiento $R(x,t)$ y la altura local de granos inmóviles $H(x,t)$ (x es la coordenada espacial y t el tiempo). De Gennes y colaboradores [22] han propuesto una versión modificada de este modelo, donde se distinguen flujos de pocas capas de granos, flujos de muchas capas y analizan la propagación de perturbaciones ascendentes y descendentes debido a la velocidad de convección de los granos.

Recientemente Pouliquen [23] estudió el desencadenamiento del flujo de distintos tipos de materiales granulares sobre un lecho rugoso. El ángulo crítico para el cual las partículas comienzan a rodar aumenta cuando la altura del apilamiento granular disminuye, mostrando que el movimiento del material resulta más dificultoso cerca del lecho rugoso. Este resultado fue confirmado parcialmente por nuestros experimentos [24] ya que el espesor de nuestro sistema se extiende sobre un rango mayor.

En esta parte del trabajo analizaremos la estabilidad de apilamientos granulares con distintas alturas. Esencialmente nos interesa conocer la dependencia de θ_M , θ_r y el tamaño de la avalancha con el número de capas de material granular del sistema.

Los apilamientos se obtienen vertiendo esferas de 2.2 mm de diámetro en una caja cuya base es rugosa. La caja tiene 32 cm de largo por 26 cm de ancho y esta construida con vidrio transparente lo que nos permite visualizar al apilamiento. La base de la caja o lecho rugoso se obtiene pegando sobre una pieza de vidrio esferas de vidrio del mismo diámetro que las anteriores.

Teniendo en cuenta la densidad de las esferas, su diámetro y el área de la base del sistema, determinamos la cantidad de material necesaria para obtener una capa de esferas con una compacidad superficial de 0.7. El agregado de esta cantidad bien definida de material (230 g) dentro de la caja es equivalente al aumento de la altura del apilamiento en una capa de granos. De esta forma se asegura un incremento regular de la altura del apilamiento (h) con el número de capas (N). Experimentalmente se encuentra que:

$$h \approx \frac{\sqrt{3}}{2} sN \quad (4)$$

donde s es el diámetro de las esferas y la aproximación es válida para $N > 1$. De esta forma podemos determinar previamente la altura de la barra de contención (debe ser igual a la altura final del apilamiento) por donde los granos son desalojados del sistema cuando ocurre una avalancha.

Para evitar que las variaciones de la humedad ambiente influyan en las mediciones, las experiencias se realizan en un ambiente con humedad controlada al 50%.

La caja está asegurada sobre un plano que se inclina a razón de 5° por minuto hasta que al llegar al ángulo θ_M se detecta una avalancha. La masa de la avalancha, M , se mide utilizando una balanza electrónica.

El máximo ángulo de estabilidad, θ_M , se mide con un goniómetro fijo al plano. También se mide el ángulo δ entre el plano y la superficie libre final, luego se calcula el ángulo de reposo: $\theta_r = \theta_M - \delta$ (ver Figura 6).

Estudiamos distintos apilamientos variando el número de capas entre 1 y 34. Para cada sistema con un número de capas fijo, se realizan 10 experiencias en idénticas condiciones. Finalmente de estas 10 mediciones se calculan los valores medios de $\langle \theta_M \rangle$, $\langle \theta_r \rangle$, $\langle \delta \rangle$ y $\langle M \rangle$.

Dependiendo del número de capas del apilamiento se observan dos tipos de procesos:

Avalanchas en apilamientos con pocas capas:

- La avalancha se desencadena en cualquier lugar de la superficie libre.
- Durante el flujo del material granular los granos rebotan e interactúan directamente con el lecho rugoso.
- Todas las capas del apilamiento son involucradas en la avalancha.
- Una vez que concluye la avalancha, los granos retenidos por la barra de contención forman una cuña y en algunos casos una pequeña porción queda atrapada por el lecho rugoso.

Avalanchas en apilamientos con muchas capas:

- En este caso, las avalanchas también se desencadenan en cualquier lugar de la superficie libre. En los instantes iniciales, muy pocos granos comienzan a rodar pero rápidamente el movimiento es amplificado ya que los granos rodantes desestabilizan granos de las capas inferiores. Dependiendo de la ubicación inicial donde comienza la avalancha se observan dos tipos de procesos:
 - 1) La avalancha se desencadena cerca de la parte superior de la superficie libre. Las esferas comienzan a rodar y se propaga un frente de granos rodantes, que desestabiliza granos de las capas inferiores, hasta alcanzar la barra de contención.
 - 2) La avalancha se desencadena en algún lugar de la mitad o la parte inferior de la superficie libre. Los granos también comienzan a rodar y a fluir fuera de la caja, pero además, se observa un perfil de granos que comienzan a rodar que se propaga hacia la parte superior.
- No todas las capas son involucradas por la avalancha. De hecho, solamente los granos que pertenecen a un número fijo de capas superiores se ponen en movimiento durante la avalancha. Es decir que, independientemente de la altura del apilamiento, sólo los granos de un número constante de capas superficiales se ven involucrados en la avalancha. Llamaremos N_c a este número crítico de capas superficiales.
- Una vez que la avalancha concluye, la superficie libre del apilamiento es plana y se extiende sobre toda la longitud y ancho de la caja. La figura 6 muestra esquematiza la vista lateral del apilamiento una vez finalizada la avalancha.

La figura 7 muestra las 10 mediciones obtenidas en un apilamiento con 20 capas. Se grafica máximo ángulo de estabilidad θ_M y δ en función de la masa de la avalancha.

Observamos que las avalanchas no se desencadenan exactamente en el mismo θ_M , estos valores fluctúan dentro de un rango, típicamente de 3° , con una fluctuación correspondiente en la masa de la avalancha. Resultados similares fueron obtenidos por Pouliquen y Evesque [23],[25] quienes relacionan la dispersión con la compacidad inicial del apilamiento. La misma fluctuación se observa en

las mediciones de δ . Sin embargo, dentro de estas fluctuaciones, se encuentra una fuerte correlación entre la masa de una dada avalancha y los valores correspondientes de θ_M y δ . La dependencia lineal entre δ y M es razonable ya que ambas variables son representativas del tamaño de la avalancha. Considerando la geometría del sistema se obtiene:

$$\tan(d) \approx d = \frac{\sqrt{3}s}{mL} M \quad (5)$$

donde $s = 2.2$ mm es el diámetro de las esferas, $m = 230$ g la masa de una capa y $L = 320$ mm la longitud del apilamiento.

Como puede verse en la figura 3, θ_M también presenta una variación lineal con la masa de la avalancha y ambas rectas tienen la misma pendiente. Es decir que el ángulo de reposo ($\theta_r = \theta_M - \delta$) es constante. El mismo comportamiento se obtuvo para todos los apilamientos con $N > N_c$.

En resumen, para un empaquetamiento con un dado número de capas $N > N_c$, una avalancha puede desencadenarse en diferentes ángulos θ_M dentro de un cierto rango. Sin embargo, a pesar de esta dispersión, cuanto mayor es θ_M , mayor es la masa M desplazada fuera del apilamiento, tal que la superficie libre siempre alcanza el mismo ángulo θ_r , independientemente de los valores de θ_r y M .

La figura 8 muestra las variaciones del valor medio de la masa de la avalancha, $\langle M \rangle$, con el número de capas del apilamiento.

El gráfico corrobora la existencia de un número de capas crítico, N_c , que separa dos comportamientos distintos:

- a) Hasta $N = N_c = 13$, la masa media aumenta con el número de capas.
- b) Para $N > N_c = 13$, la masa media permanece aproximadamente constante $\langle M \rangle = (1524 \pm 70)$ g. Recordemos que en este régimen solamente N_c capas superficiales son afectadas por la avalancha y la superficie libre final del apilamiento es plana. Entonces, N_c puede ser calculado considerando que la masa de la avalancha es la contenida por la mitad del paralelepípedo formado por N_c capas.

$$\langle M \rangle = \frac{1}{2} m N_c \quad (6)$$

Utilizando los valores experimentales para $\langle M \rangle$ y m , se obtiene: $N_c = 13 \pm 1$ resultado que coincide con la visualización experimental.

La figura 9 muestra los valores del máximo ángulo de estabilidad medio, $\langle \theta_M \rangle$, el ángulo de reposo medio, $\langle \theta_r \rangle$, obtenidos en apilamientos con distintos números de capas.

La variación de $\langle \theta_M \rangle$ con N presenta tres regímenes:

- a) En apilamientos con menos de 4 capas, cuando el número de capas aumenta el sistema se hace más inestable (θ_M decrece). Este hecho está relacionado con la dilatancia que los granos requieren para ponerse en movimiento: en los apilamientos con pocas capas la rigidez del lecho rugoso impone un mayor grado de dilatancia, generando un sistema más estable. A medida que el número de capas aumenta, este efecto es más débil permitiendo un más fácil desplazamiento de los granos. Sin embargo, a medida que el apilamiento es más alto y denso este efecto de dilatancia se invierte, dando lugar al siguiente régimen.
- b) Entre 4 y 6 capas, la pendiente de la curva cambia de signo. Este cambio se debe a un aumento en la compacidad del apilamiento, lo que lleva a una aumento en la dilatancia requerida para desestabilizar al sistema [8],[9]. Es decir que los sistemas más altos son más compactos y por lo tanto más estables.
- c) Si el número de capas es mayor que 6 entonces la compacidad del sistema alcanza un valor asintótico y $\langle \theta_M \rangle$ no varía con N ($\langle \theta_M \rangle = 25.9^\circ \pm 2^\circ$).

En la figura 9 puede verse que $\langle \theta_r \rangle$ disminuye con N hasta $N \approx 10$. Para $N > 10$ permanece prácticamente constante: $\langle \theta_r \rangle = 21.1^\circ \pm 0.4^\circ$. Es interesante comparar los comportamientos de $\langle \theta_M \rangle$ y $\langle \theta_r \rangle$. Mientras que para empaquetamientos con pocas capas, $\langle \theta_M \rangle$ disminuye y luego aumenta debido a la influencia del lecho rugoso y la compacidad, $\langle \theta_r \rangle$ disminuye monótonamente. Por lo tanto, una vez que se desencadena la avalancha, el sistema evoluciona hacia un ángulo que sólo es afectado por el lecho rugoso. Mientras el número de capas aumenta la influencia del lecho rugoso disminuye y es despreciable para apilamientos con más de 10 capas.

Nuestras experiencias muestran claramente que los flujos superficiales en apilamientos granulares dependen fuertemente del número de capas del apilamiento hasta una dada altura (ó número crítico de capas N_c) por encima de la cual los parámetros que caracterizan a la avalancha permanecen constantes. La dinámica de la avalancha presenta dos tipos de regímenes correspondientes a apilamientos con pocas y muchas capas. En apilamientos con pocas capas los granos rebotan sobre el lecho rugoso mientras en con muchas capas los granos se deslizan.

La rugosidad del lecho fijo influye fuertemente en los ángulos críticos. En cambio, la compacidad del apilamiento juega un rol importante para el máximo ángulo de estabilidad pero su influencia es despreciable en el ángulo de reposo.

Para un sistema con un número de capas fijo, se encuentra una fuerte correlación entre la masa de la avalancha y θ_M y δ .

Uno de los resultados más destacables es que el ángulo de reposo resulta ser un parámetro intrínseco del apilamiento granular ya que en sistemas con muchas capas no es afectado por la compacidad o la rugosidad del lecho fijo.

Conclusiones

En este trabajo se presenta el estudio de algunos fenómenos básicos que intervienen durante el flujo de material granular que pueden dar lugar a la estratificación de suelos. La morfología de dichos suelos tiene consecuencias importantes en el transporte de fluidos a través de los mismos. En efecto, las estratificaciones se presentan como heterogeneidades a una escala mayor que la del tamaño de grano y tienen gran impacto en la porosidad y permeabilidad de los suelos.

Las experiencias que aquí se presentan tienen sólo en cuenta la estratificación producida por el efecto de flujos de granos “secos” es decir, aquellos flujos en donde la fase fluida corresponde únicamente al aire. Otros procesos geológicos que involucren líquidos y material granular también pueden conducir a una estructura de capas bien definidas.

En la primera parte del trabajo, se investiga el problema de la segregación por percolación espontánea en donde se analizó el comportamiento de una partícula que atraviesa un medio desordenado. El estudio muestra que la velocidad de segregación depende fundamentalmente de la relación de tamaños entre los granos en cuestión. La cinética de la segregación está determinada por la velocidad media (a través de la variación de los tiempos de tránsito) que adquieren las partículas percolantes, en otras palabras, depende de la relación de tamaños.

La segregación por flujo en superficie muestra en el caso particular de una partícula que desciende una pendiente rugosa, la existencia de tres regímenes de movimiento bien caracterizados en función de los parámetros del sistema, entre ellos, la diferencia de tamaños entre los granos. Los diferentes comportamientos conducen en sí mismos, a una segregación. Más precisamente, conocida la pendiente de la ladera, se encuentra que para cierto rango de valores de la relación de tamaños de granos, éstos pueden recorrer la totalidad de la pendiente rugosa con velocidad constante que depende de los mismos parámetros.

Estos resultados permiten inferir que sobre la ladera quedarán los granos más pequeños (como producto de la percolación de los mismos durante el flujo y del atrapamiento en la superficie rugosa) mientras que los de tamaño creciente se encontrarán a distancias de la base proporcionales a su tamaño. Como se ha dicho anteriormente, la avalancha es uno de los procesos naturales para poner granos en movimiento. En este trabajo se presentan los primeros resultados experimentales tendientes a caracterizar dicho proceso. Se encuentra que la masa desplazada y el ángulo final que adquiere la pendiente dependen fuertemente de la altura inicial del sistema hasta una cierta altura crítica, por encima de la cual estos parámetros permanecen constantes.

Referencias

- [1] Marle C. M. *Multiphase Flow in Porous Media*. Institut Français du Pétrole, Ed. Technip, Paris (1981)
- [2] Guyon E. y Troadec J-P. *Du sac de billes au tas de sable*. Ed. Odile Jacob, Paris (1994)
- [3] Bridgwater J., Shape W. and Stocker D. C., Trans. Inst. Chem. Eng. **47** (1969) 114
- [4] Bridgwater J., Cook M. H. C. and Scott A. M., Trans. IChemE **56** (1978) 157
- [5] Cooke M. H. C. and Bridgwater J., Ind. Eng. Chem. Fundam. **18** (1979) 25
- [6] Meakin P. and Jullien R., J. Phys. France **51** (1990) 2673
- [7] Bridgwater J & Ingram D., Trans. Inst Chem. Eng. **49** (1971) 163
- [8] Wilkinson D. R. and Edwards S.F, Proc. Roy. Soc. Lond. A **381** (1982) 33
- [9] Fürth R., Annln Phys. **53** (1917) 177
- [10] Einstein A., *Investigations of the theory of brownian motion*, London: Methuen and Co. Ltd (1926)
- [11] Ippolito I., Samson L., Bourlès S. and Hulin J. P. Diffusion of a single particle in a 3D random packing of spheres. Enviado a Eur. Phys. J. E.
- [12] Dodds J. A., J. Colloid Interface Sci. **77** (1980) 317; Williams D. E. G., Philos. Mag. B **50** (1984) 363; Omnes R., J. Phys. France **46** (1985) 139
- [13] Savage S. B., *Developments in Engineering Mechanics*, edited by A.P.S. Selvadurai Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam (1987) 347
- [14] Aguirre M. A.. *Movimiento de una partícula sobre una superficie incinada rugosa*. Tesis de Licenciatura en Ciencias. FCEy N. Universidad de Buenos Aires. Argentina. (1996)
- [15] Aguirre A., Ippolito I., Calvo A., Henrique C., Bideau D. Powder. Tech.,92, (1996) 75
- [16] Riguidel F. X., Hansen A., Bideau D. Europhys. Lett., **28** (1), (1994) 13
- [17] Henrique C., Aguirre M. A., Calvo A., Ippolito I., Dippel S., Batrouni G. G., Bideau D. Phys. Rev. E, 57, 4 (1998) 4743
- [18] Duran J., *Sables, poudres et grains* (Eyrolles Sciences, France, 1997).
- [19] Bak P., Tang C. and Wiesenfeld K.. Phys.Rev. Lett. 59 (1987) 381, Eds E. Guazzelli and L. Oger, Nato Asi Series (Kluwer Academic Publishers, 1995).
- [20] Bouchaud J.P., Cates M.E., Prakash J.R. and Edwards S.F. J. Phys. I France 4 (1995) 1383.
- [21] Bouchaud J.P., Cates M.E. and Claudin P. J. Phys. J France 5 (1995) 639.
- [22] de Gennes P.G., C. R. Acad. Sci. Paris 321-IIb, (1995) 501.
- [23] Pouliquen O., Renault N. J. Phys. II France 6 1996) 923-935.
- [24] Nerone N., Aguirre M. A., Calvo A., Ippolito I. and Bideau D. Phys. Rev. E (aceptado para su publicación)
- [25] Albert R., Albert I., Hornbaker D., Schiffer P. and Barabasi A.L. Phys. Rev. E 56 (1997) R6271.
- [26] Evesque P., Fargeix D., Habib P., Luong M.P., Porion P. Phys. Rev. E 47 (1993) 2326-2332.
- [27] Nagel S. R. Rev. of Modern Physics 64 (1992) 321.

Figuras

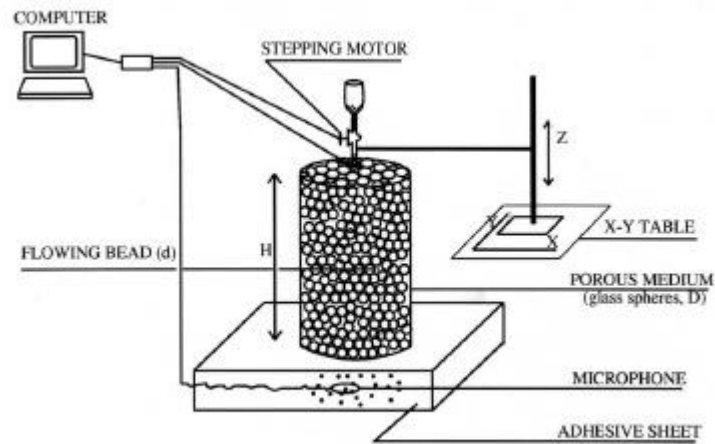


Figura 1: Esquema del dispositivo experimental utilizado para el estudio de la percolación espontánea.

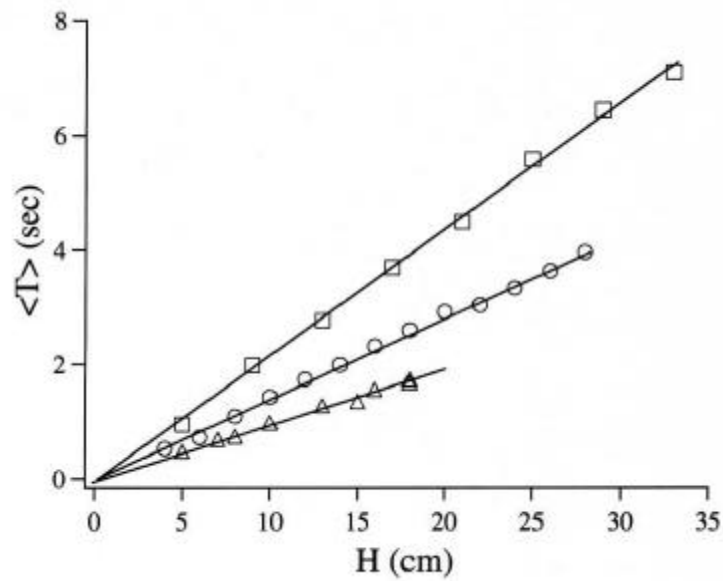


Figura 2: Variación del tiempo de tránsito medio $\langle T \rangle$ en función de la altura H para partículas percolantes de diámetro $d = 0.7$ mm en un medio poroso de esferas de vidrio de diámetros: (cuadros) $D = 6$ mm, (O) $D = 10$ mm y () $D = 16$ mm.

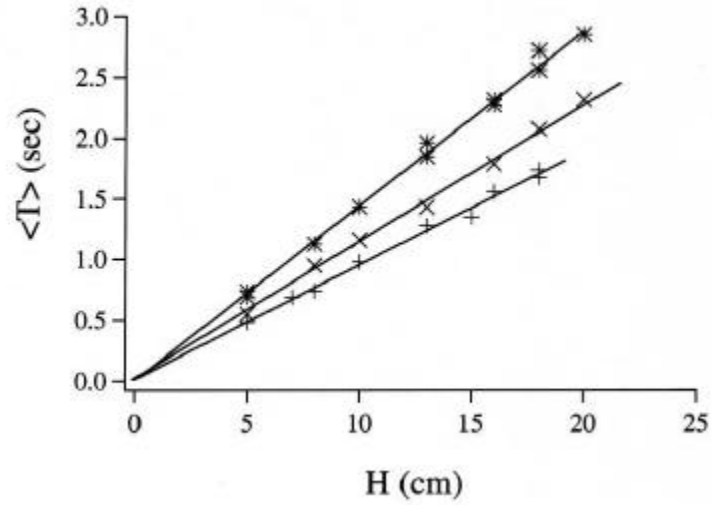


Figura 3: Variación del tiempo de tránsito medio $\langle T \rangle$ en función de la altura H para partículas percolantes de diámetros (+) $d = 0.7$ mm, (X) $d = 1$ mm y (*) $d = 2$ mm en un medio poroso de esferas de vidrio de diámetro $D = 16$ mm.

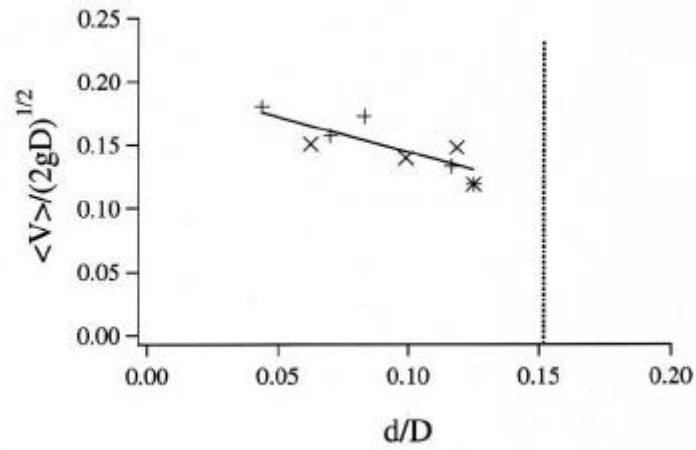


Figura 4: Variación de la velocidad media adimensionalizada en función de la relación de diámetros d/D . La línea punteada vertical, corresponde al valor del umbral de captura geométrica $\xi_c = 0.1547$. Las partículas percolantes tienen diámetros: (+) $d = 0.7$ mm, (X) $d = 1$ mm y (*) $d = 2$ mm.

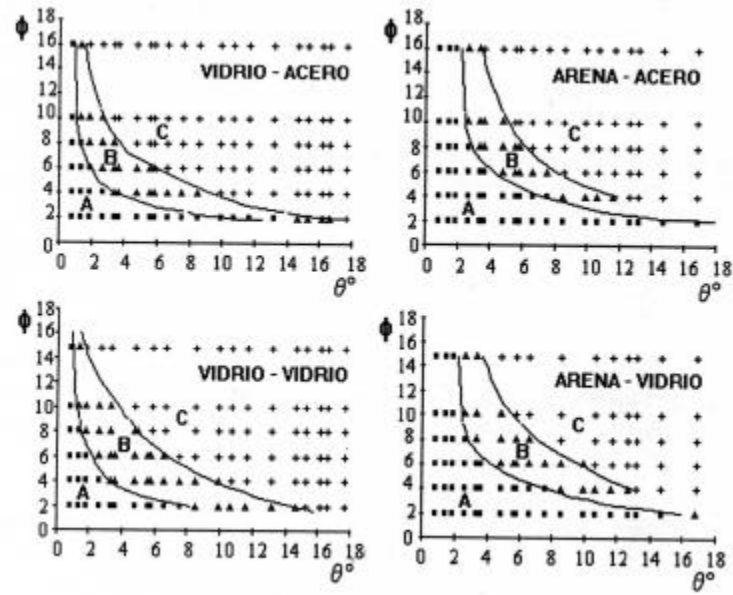


Figura 5: Diagramas de fase para los cuatro sistemas superficie rugosa-esfera rodante. Sobre el margen izquierdo se encuentran los diagramas que corresponden a la superficie de vidrio y sobre la derecha aquellos correspondientes a la superficie de arena. Las líneas llenas indican las líneas de transición.

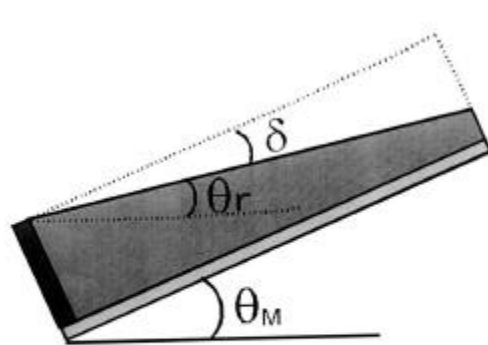


Figura 6: Dispositivo experimental. Representación de los ángulos característicos del proceso de avalanchas

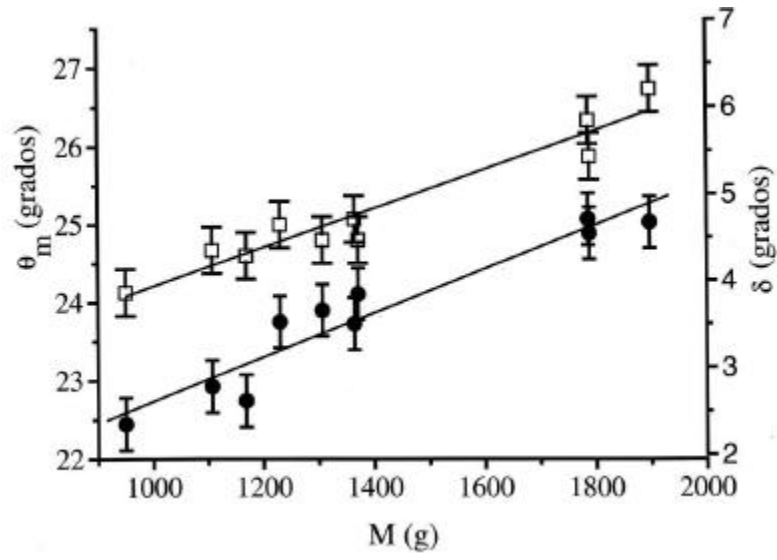


Figura 7: Variación del ángulo de máxima estabilidad θ_M (•) y δ (●) en función de la masa de granos desplazada luego de producida la avalancha.

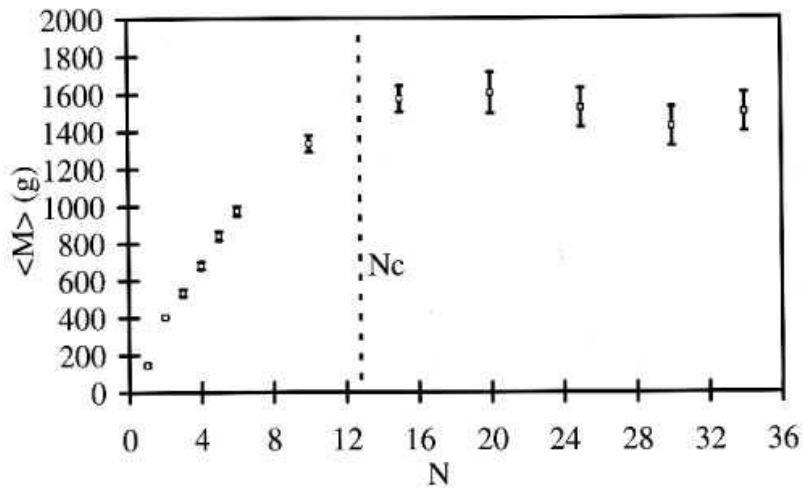


Figura 8: Variación de la masa media desalojada luego de una avalancha en función del número de capas del sistema.

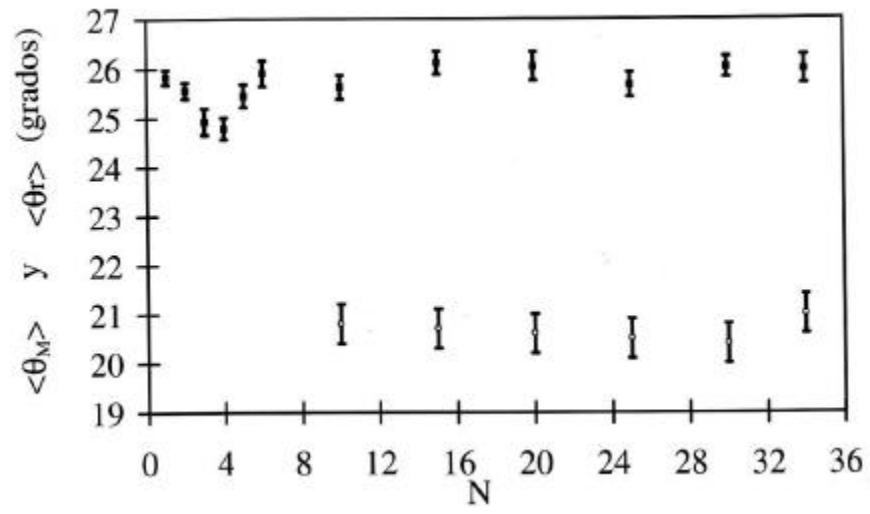


Figura 9: Variación de los valores medios de los ángulos de máxima estabilidad $\langle \theta_M \rangle$ y de reposo $\langle \theta_r \rangle$ en función del número de capas de granos contenidos en la caja.