

NUEVOS ESTIMADORES DE AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL

Alejandro F. Saccomano, Gabriela B. Savioli, y M. Susana Bidner

Laboratorio de Ingeniería de Reservorios - Facultad de Ingeniería - Universidad de Buenos Aires
Pabellón Industrias, Ciudad Universitaria, 1428, Buenos Aires, Argentina

RESUMEN

La Geoestadística tiene cada vez mayores aplicaciones en la simulación numérica del comportamiento de reservorios de petróleo y gas. Una de las más importantes es el estudio de las características espaciales de las propiedades de las rocas reservorio, como la permeabilidad y la porosidad. El comportamiento espacial de dichas propiedades se describe mediante la autocorrelación, cuyo estimador tradicional es el semivariograma.

En este trabajo se proponen dos nuevos estimadores de la autocorrelación espacial. El primero es LV (Local Variance), y está basado en la varianza de la distribución en una región. Se deduce que LV es también un estimador del valor medio del semivariograma dentro de dicha región. LV es muy robusto y resistente a los valores extremos. Es también muy suave y por eso fácil de ser representado por un modelo teórico. El segundo, SLV (Semivariogram from Local Variance), está relacionado con las derivadas del primero. Es un estimador del semivariograma propiamente dicho. LV y SLV se aplican a conjuntos de datos reales y sintéticos. Sus resultados se comparan con el del estimador de semivariograma clásico punto a punto definido por Matheron, el cual es impreciso a distancias de separación moderadas a grandes.

INTRODUCCIÓN

Los simuladores numéricos de reservorios, en la actualidad, forman parte de la rutina habitual de la estimación de reservas y producción de hidrocarburos¹. Estos simuladores se alimentan con datos que caracterizan al reservorio: la descripción geológica, las propiedades de la roca y las de los fluidos. Específicamente, nos interesa estudiar la heterogeneidad de las dos propiedades más importantes de la roca: la permeabilidad y la porosidad. Estas dos propiedades sólo pueden medirse en los pozos² y se ignoran para las grandes zonas intermedias. A fin de alimentar el simulador, se debe contar con valores plausibles de estas propiedades entre los pozos. Para eso se aplican técnicas geoestadísticas. Uno de los aspectos más críticos de la geoestadística es la determinación de correlaciones espaciales de las propiedades que caracterizan a los reservorios.

La autocorrelación, o grado de similitud entre datos separados en el espacio, se mide usualmente con el semivariograma. El estimador clásico del semivariograma (CSV) fue definido por Matheron³⁻⁶ en 1962. Su mayor inconveniente es la falta de precisión para largas distancias de separación. Eso se debe a que la cantidad de pares de mediciones disminuye al aumentar la distancia de separación.

A fin de superar este inconveniente, Li & Lake⁴ introdujeron en 1994 dos estimadores integrales que denominaron *Moving Window Semivariance Estimators*. La característica de estos estimadores integrales es que el número de pares de mediciones no disminuye al aumentar la distancia de separación. De este modo, resultan ser más robustos que CSV. En otro trabajo, Savioli et al⁷ estudiaron estos estimadores integrales y varios estimadores punto a punto derivados del clásico de Matheron. Se compararon los comportamientos de cinco estimadores con datos de permeabilidad de rocas de pozos petrolíferos medidos en función de la profundidad. Se concluyó que los estimadores

integrales son robustos, resistentes a la contaminación y confiables para todas las distancias de separación. Sin embargo, su cálculo es mucho más lento que el de los estimadores punto a punto.

En este trabajo presentamos dos nuevos estimadores integrales de autocorrelación espacial. El primero de ellos, al que llamamos LV (Local Variance), es un estimador de la varianza muestral dentro de una región de tamaño variable. Se deduce que LV es también un estimador del valor medio del semivariograma en dicha región. El segundo estimador está relacionado con las derivadas del primero, se denomina SLV (Semivariogram from Local Variance) y es un estimador del semivariograma propiamente dicho.

Para evaluar el comportamiento de estos dos nuevos estimadores, los aplicamos a diferentes conjuntos de datos, tanto reales como sintéticos, y los comparamos con CSV. LV es muy robusto, resistente y confiable para todas las distancias de separación. Su comportamiento es suave y fácil de parametrizar con modelos teóricos. Se destaca que su tiempo de cálculo es menor que el del estimador integral propuesto por Li & Lake⁴, sin perder la característica de gran robustez. Aunque esta robustez se traslada sólo parcialmente a SLV.

TEORIA

Si tenemos una variable aleatoria Z que es función de la posición espacial x , es decir $Z=Z(x)$, se pueden definir diferentes funciones de autocorrelación espacial. Esto es de suma utilidad para poder detectar la presencia de una estructura en la distribución espacial de la variable Z . Queremos obtener un estimador de esta autocorrelación espacial.

Una medida de autocorrelación espacial es el semivariograma γ , que se define como,

$$\gamma(x,y) = \frac{1}{2} E\left\{\left(Z(x) - Z(y)\right)^2\right\} \quad (1)$$

donde $E\{\}$ es la esperanza matemática, y $Z(x)$ es el valor de Z en la posición x . Cuando la variable Z es estacionaria de segundo orden, el semivariograma es función sólo de la separación entre x e y resultando,

$$\gamma(x+h,x) = \gamma(h) = \frac{1}{2} E\left\{\left(Z(x+h) - Z(x)\right)^2\right\} \quad (2)$$

donde $h=|x-y|$. Un gráfico de γ versus h es la manera tradicional de representar al semivariograma. En la ecuación (2) se supone que la distribución espacial de Z es isótropa. Si la distribución fuera anisótropa, se podría construir un semivariograma para cada una de las direcciones de interés.

Nuestra nueva medida de autocorrelación.

Se define la varianza de dispersión de Z en un volumen V como³,

$$s_v^2 = E\left\{\frac{1}{V} \int_V (Z(x) - Z_v)^2 dx\right\} \quad (3)$$

donde Z_v es una variable regularizada igual al valor medio de Z en el volumen V , es decir,

$$Z_v = \frac{1}{V} \int_V Z(y) dy \quad (4)$$

Proponemos como medida de autocorrelación a σ_v^2 , donde V es una bola de diámetro h , y evaluamos su comportamiento en función de h . Es decir, $\sigma_v^2 = \sigma_v^2(h)$.

Por otra parte, el valor medio del semivariograma dentro de un volumen V está definido por el promedio de $\gamma(x-y)$ cuando x e y recorren el volumen V ,

$$\bar{g}_{VV} = \frac{1}{V^2} \int_V \int_V g(x-y) dx dy \quad (5)$$

A partir de las definiciones de las ecuaciones (3) y (5) se puede demostrar que³,

$$\sigma_V^2 = \bar{\gamma}_{VV} \quad (6)$$

Para obtener una expresión del semivariograma como función de la nueva medida de autocorrelación, nos limitamos al caso unidimensional. Si se desea caracterizar la estructura espacial de datos distribuidos en más dimensiones, se pueden estimar varios semivariogramas unidimensionales a lo largo de las direcciones de interés. En el caso unidimensional, el volumen V queda reducido a un segmento de longitud h , y

$$s_V^2(h) = \frac{1}{h^2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-h/2}^{h/2} g(u-w) du dw \quad (7)$$

que, mediante una sustitución de variables resulta,

$$s_V^2(h) = \frac{1}{h^2} \int_0^h \int_0^h g(x-y) dx dy \quad (8)$$

Recordemos que γ es función de la distancia $|x-y|$. Definimos las siguientes primitivas,

$$\Gamma(t) = \int_0^t g(u) du \quad G(t) = \int_0^t \Gamma(u) du \quad (9)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} s_V^2(h) &= \frac{1}{h^2} \int_0^h \int_0^h g(|x-y|) dx dy = \frac{1}{h^2} \int_0^h dx \left[\int_0^x g(x-y) dy + \int_x^h g(y-x) dy \right] = \\ &= \frac{1}{h^2} \int_0^h dx \left[\int_0^x g(u) du + \int_0^{h-x} g(u) du \right] = \frac{1}{h^2} \int_0^h dx [\Gamma(x) + \Gamma(h-x)] = \\ &= \frac{1}{h^2} \left[\int_0^h \Gamma(x) dx - \int_h^0 \Gamma(u) du \right] = \frac{1}{h^2} \left[\int_0^h \Gamma(x) dx + \int_0^h \Gamma(u) du \right] = \frac{2}{h^2} G(h) \end{aligned} \quad (10)$$

Finalmente obtenemos,

$$G(h) = \frac{h^2}{2} \sigma_V^2(h) \quad (11)$$

Derivando $G(h)$ respecto de h ,

$$\Gamma(h) = \frac{h^2}{2} \frac{d s_V^2}{dh} + h s_V^2 \quad (12)$$

Derivando por segunda vez se obtiene la relación entre el semivariograma y la nueva medida de autocorrelación s_V^2 ,

$$g(h) = \frac{h^2}{2} \frac{d^2 s_V^2}{dh^2} + 2h \frac{d s_V^2}{dh} + s_V^2 \quad (13)$$

Puesto que $\sigma_V^2(h)$ es un valor promedio del semivariograma dentro de una región (es una función integral), es de esperar que presente una variabilidad espacial mucho más atenuada que la de las funciones de autocorrelación tradicionales.

Estimadores de autocorrelación: CSV, LV y SLV

CSV (*Semivariograma Clásico*): es el estimador de $\gamma(h)$ propuesto por Matheron en 1962³,

$$\text{CSV}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (14)$$

donde $N(h)$ es el número de pares de datos separados por una distancia h . Este estimador es insesgado, pero no es robusto ni resistente a valores extremos. Además es impreciso para distancias medias y largas debido a que $N(h)$ disminuye con h .

LV (*Local Variance*): es un estimador insesgado de la nueva función de autocorrelación $\sigma_V^2(h)$ definida en la ecuación (3). Un estimador de la varianza dentro de una bola de diámetro h alrededor de un punto x_i está dado por,

$$\hat{s}_{vi}^2(h) = \frac{1}{m_i} \sum_{j \in I_i} [Z(x_j) - \langle Z(x_i) \rangle]^2 \quad (15)$$

donde $I_i = \{j \mid |x_j - x_i| \leq h/2\}$, $(m_i + 1)$ es la cantidad de x_j que satisfacen esta condición, y $\langle Z(x_i) \rangle$ es el promedio de Z en la bola centrada en x_i dado por,

$$\langle Z(x_i) \rangle = \frac{1}{m_i + 1} \sum_{j \in I_i} Z(x_j) \quad (16)$$

Reescribiendo la ecuación (15) tenemos que,

$$\hat{s}_{vi}^2(h) = \frac{1}{m_i} \left[\sum_{j \in I_i} Z^2(x_j) - \frac{1}{m_i + 1} \left(\sum_{j \in I_i} Z(x_j) \right)^2 \right] \quad (17)$$

Entonces, como estimador global de la función $\sigma_V^2(h)$ hacemos un promedio entre los estimadores de la varianza en bolas alrededor de cada uno de los n puntos medidos x_i . Si realizamos un promedio pesado con los factores m_i nos queda,

$$\text{LV}(h) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i} \sum_{i=1}^n m_i \hat{s}_{vi}^2(h) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i} \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j \in I_i} Z^2(x_j) - \frac{1}{m_i + 1} \left(\sum_{j \in I_i} Z(x_j) \right)^2 \right] \quad (18)$$

SLV (*Semivariogram from Local Variance*) : es un estimador del semivariograma obtenido a partir de LV(h) y de la ecuación (13),

$$\text{SLV}(h) = \frac{h^2}{2} \text{LV}''(h) + 2h \text{LV}'(h) + \text{LV}(h) \quad (19)$$

El cálculo numérico de las derivadas de LV con respecto a h presenta problemas de inestabilidad. Estos son mayores para el caso de la derivada segunda, los cuales son magnificados al estar multiplicados por el cuadrado de la distancia. Para disminuir estos efectos, en el cálculo de las derivadas de LV aplicamos promedios sobre intervalos móviles. El algoritmo utilizado para el cálculo de las derivadas, válido para datos equiespaciados, es

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - f(x_{i+1}) + f(x_{i-1}) - f(x_{i-2}))}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad (20)$$

En el cálculo de la segunda derivada, aplicamos la ecuación (20) a la derivada ya suavizada mediante los promedios móviles.

Modelos de funciones de autocorrelación

Existen diferentes funciones que se han propuesto como modelos teóricos del semivariograma. Estas funciones deben satisfacer ciertas restricciones³:

- Ser nula en el origen.
- Ser condicionalmente definida negativa.
- Tener un crecimiento inferior al cuadrado de la distancia

Dos de los modelos teóricos más utilizados son el modelo esférico (ecuación (21)) y el modelo exponencial (ecuación (22)),

$$g(h) = \begin{cases} \frac{S}{2} \left(3 \cdot \frac{h}{a} - \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) & h \leq a \\ S & h > a \end{cases} \quad (21)$$

$$g(h) = S \left(1 - e^{-\frac{h}{a}} \right) \quad (22)$$

En ambos casos, el parámetro a es la distancia de autocorrelación o rango, y S es la meseta, igual a la varianza de los datos.

Para lograr un modelo de LV se pueden seguir dos métodos. El primero es, a partir de un modelo de semivariograma, obtener el correspondiente modelo de LV mediante las ecuaciones (9) y (11). Así, si representamos al semivariograma mediante el modelo exponencial de la ecuación (22), tenemos que,

$$\begin{aligned} g(h) = S \left(1 - e^{-\frac{h}{a}} \right) &\Rightarrow \Gamma(h) = S \left(h - a + a \cdot e^{-\frac{h}{a}} \right) \Rightarrow G(h) = S \left(\frac{(h-a)^2}{2} + a^2 \left(\frac{1}{2} - e^{-\frac{h}{a}} \right) \right) \\ &\Rightarrow s_v^2(h) = S \left(\left(1 - \frac{a}{h} \right)^2 + \frac{2a^2}{h^2} \cdot \left(\frac{1}{2} - e^{-\frac{h}{a}} \right) \right) \end{aligned} \quad (23)$$

El segundo método es ajustar LV a una función que sea más sencilla de parametrizar. Por ejemplo, se puede recurrir a un modelo esférico (ecuación (21)) o un exponencial (ecuación (22)). Los parámetros de estos modelos se pueden determinar realizando un ajuste mediante una técnica de optimización.

El primer método sirve cuando necesitamos conocer el semivariograma a partir del LV, ya que quedan garantizados los requerimientos teóricos de la forma funcional del semivariograma. Por otro lado, el segundo método puede ser de mayor utilidad en aquellos casos en donde no se necesita el semivariograma sino sólo una medida de la autocorrelación.

DATOS Y RESULTADOS

Se compara el comportamiento de los tres estimadores de autocorrelación (CSV, LV y SLV) con conjuntos de datos sintéticos y con mediciones de permeabilidad en muestras de un pozo de la cuenca de Neuquén en la Patagonia Argentina. Gran parte de los datos utilizados son los mismos que se analizaron anteriormente⁷ para comparar el comportamiento de distintos estimadores punto a punto con otros estimadores integrales.

Datos Sintéticos

Se analiza el comportamiento de los tres estimadores en diferentes estructuras geológicas que

pueden encontrarse en rocas-reservorio: una estructura cíclica, una escalonada, y varias con distribución normal.

Estructura cíclica. Se genera una estructura cíclica adicionando un ruido gaussiano a una onda cuadrada (Fig.1a). Esta estructura puede representar dos capas de porosidades 10% y 30% que se repiten cíclicamente. El ruido se genera con distribuciones $N(10,1)$ y $N(30,3)$ respectivamente. La estructura también podría representar distribuciones de permeabilidades luego de haber aplicado algún tipo de transformación no lineal, como por ejemplo logarítmica.

El comportamiento de los estimadores se observa en la Fig.1b (CSV, LV y SLV). Se observa que la periodicidad de la estructura es claramente reflejada por los dos estimadores de semivariograma. SLV lo hace en forma más atenuada que CSV a medida que la distancia de separación h aumenta. Para h muy grandes, CSV se distorsiona debido a la escasez de pares de datos con los que se efectúa la estimación. En cambio, SLV no sufre este fenómeno debido a que utiliza una mayor cantidad de datos en cada estimación y, en este caso, conservan las características de robustez de LV. En general, se observa que los semivariogramas dependen principalmente de los valores medios locales (originados con la onda cuadrada), y son apenas afectados por el ruido gaussiano.

Por otro lado, LV tiene un comportamiento mucho más suave que CSV y SLV. Sus pequeñas oscilaciones se atenúan rápidamente, tendiendo a la varianza de los datos. Con este estimador es fácil establecer que la autocorrelación entre los datos se extiende hasta una distancia adimensional de 0.15, poco mayor que un semiperíodo, como así también el valor de la varianza ($\sigma^2=100$).

Estructura escalonada. Se genera una estructura compuesta por tres escalones con un ruido gaussiano adicional (Fig.2a). Los datos podrían representar un campo de porosidades (o del logaritmo de las permeabilidades) con una distribución $N(10,1)$ para el primer escalón, $N(20,2)$ para el segundo, y $N(30,3)$ para el tercero. El comportamiento de los estimadores se observa en la Fig.2b.

En la Fig.2b, CSV tiene un comportamiento creciente. Esto se debe a que cuanto más separados están los pares de valores, su diferencia es mayor en promedio (ecuación (14)). Por otro lado, SLV muestra claramente tres etapas: en las dos primeras crece en forma cada vez más acentuada, y en la última decrece hasta el valor de la varianza. La pequeña fluctuación que se observa entre los dos primeros tramos se debe principalmente al término de la derivada segunda de LV que interviene en la estimación de SLV (ecuación (19)). La tendencia creciente de ambos estimadores del semivariograma resalta la naturaleza no estacionaria de los datos, mientras que el cambio de pendiente del último tramo se debe a los efectos de borde. Por su parte, LV muestra una pendiente positiva para todas las distancias, y aunque presenta un comportamiento mucho más suave, revela ligeramente la existencia de tres etapas.

Estructura con distribución normal. Utilizando una de las rutinas de simulación gaussiana secuencial de Deutsch y Journel⁵ se genera un campo sintético unidimensional (Fig.3a). Este campo puede representar valores ya normalizados de un campo de permeabilidad, porosidad, o cualquier otra propiedad de interés. Los datos generados presentan una distribución normal $N(0,1)$ y una estructura espacial modelada mediante un semivariograma exponencial (ecuación (22)) con distancia de correlación $a=0.05$ y meseta unidad (Fig.3b). El comportamiento de los estimadores se muestra en las Figs.3b (CSV y SLV) y 3c (LV).

En la Fig.3b se representan CSV y SLV junto al modelo exponencial teórico. Se observa que ambos estimadores presentan grandes oscilaciones para largas distancias, apartándose del modelo, mientras que, para cortas distancias, lo respetan relativamente bien. Esto se debe a que el cálculo de los semivariogramas es muy sensible a las características particulares de cada conjunto de datos, lo cual se hace más evidente con la distancia.

En la Fig.3c se observa que LV es mucho más suave que los semivariogramas. Así como en la Fig.3b se comparan los semivariogramas con el modelo exponencial que generó el campo sintético de la Fig.3a, aquí comparamos LV con el correspondiente modelo integrado del exponencial, dado por la ecuación (23) con $a=0.05$ y $S=1$. Este procedimiento es el primer método descrito en la subsección “*Modelos de funciones de autocorrelación*”. Se puede observar que LV respeta globalmente mejor al modelo que los semivariogramas.

Análisis de la robustez de los estimadores. Evaluamos el comportamiento de los tres estimadores de autocorrelación con varios conjuntos de datos que tienen la misma distribución y estructura espacial que los datos del caso anterior. Estos campos son distintas realizaciones generadas con la rutina de simulación gaussiana secuencial de Deutsch y Journel, todas ellas utilizando la misma distribución $N(0,1)$ y el mismo semivariograma. El objetivo es poder analizar la robustez de los estimadores, es decir si sus comportamientos dependen sólo de las propiedades estadísticas de los datos analizados o si se ven afectados por las características particulares de cada realización.

Si bien analizamos numerosas realizaciones, por simplicidad mostramos en este trabajo los resultados con sólo tres de ellas a modo de ejemplo, ya que todas mostraban un comportamiento cualitativo similar. En la Fig.4a se representan dos nuevas realizaciones (que llamaremos Caso B y Caso C), y en las Fig.4b a Fig.4d se comparan los comportamientos de cada uno de los estimadores con estas dos nuevas realizaciones, y también con la del punto anterior (que llamaremos Caso A).

Se puede notar que el comportamiento de SLV (Fig.4c) es ligeramente más suave que el de CSV (Fig.4b), aunque ambos presentan amplias oscilaciones. Por otro lado, analizando el comportamiento de cada uno de los estimadores, las curvas resultantes en los distintos casos no se asemejan entre sí, y menos aún al modelo teórico. Esto es un claro indicio de la fuerte dependencia de estos estimadores con las irregularidades particulares de cada conjunto de datos para distancias medias y grandes. Sin embargo, para distancias del orden del rango ($a=0.05$) tienen comportamientos similares.

En cuanto a la Fig.4d correspondiente a LV, se destaca la robustez de este estimador integral, si bien presenta leves diferencias en la caracterización de cada uno de los distintos conjuntos de datos. En esta figura, además, se modela la autocorrelación LV usando el modelo esférico de la ecuación (21) con parámetros $a=0.3$ y $S=1$. Esto ejemplifica el segundo método descrito en la subsección “*Modelos de funciones de autocorrelación*”, obteniendo una descripción de LV mediante un modelo teórico más sencillo y confiable.

Datos Reales

Los datos analizados constituyen una muestra de 64 mediciones de permeabilidad sobre testigos rocosos tomados a diferentes profundidades. Estos testigos fueron obtenidos de un pozo de la cuenca de Neuquén, Argentina. Los datos se muestran en la Fig.5a. Los valores extremos de permeabilidad son de 0,002mD y 116mD, y la media aritmética es de 10,3mD.

El comportamiento de los estimadores se observa en la Fig.5b (CSV, SLV y LV). Se puede observar que los dos estimadores de semivariograma presentan fuertes fluctuaciones e inestabilidad. Esto se debe en parte a la gran variabilidad de los datos. Además, la presencia de valores extremos (*outliers*) afecta en gran medida a SLV. En la estimación de SLV interviene el cómputo de la derivada segunda de LV, la cual se torna numéricamente inestable (ecuación (20)). Por otro lado, con respecto a LV, se puede apreciar que tiene un aspecto más suave que los semivariogramas.

En general, las irregularidades que presentan los tres estimadores se debe a los valores extremos que inducen a la inestabilidad en sus cálculos. Por este motivo, y debido a la gran variabilidad de los valores de permeabilidad, este conjunto de datos fue normalizado (Fig.6a) mediante la técnica de *normal score*⁵.

En la Fig.6b se muestra la aplicación de los estimadores CSV, SLV y LV a los datos transformados. En esta figura se puede ver el mejor comportamiento con los datos normalizados. Tanto CSV como SLV se vuelven más estables, SLV en mayor medida. También LV se torna más suave.

DISCUSIÓN

En general podemos decir que LV es un buen estimador de autocorrelación espacial, muy robusto, resistente a la contaminación de datos y confiable para cualquier distancia. La estabilidad

de este estimador integral se debe a que utiliza una gran cantidad de datos y considera un valor promedio dentro de una región para cada estimación. Esto hace que las fluctuaciones que presenta (debido a la heterogeneidad de los datos) sean muy atenuadas y disminuyan a medida que aumenta la distancia de separación. Otra característica de LV es que pierde sensibilidad a las particularidades del conjunto de datos que pretende describir. Esto puede ser una gran ventaja ya que permite obtener medidas estadísticas y de autocorrelación muy confiables a partir de un conjunto particular de datos.

Los estimadores del semivariograma son menos estables que LV. SLV es un estimador más robusto que CSV para distancias cortas, aunque para distancias largas SLV se torna inestable para datos muy heterogéneos que presentan valores extremos. Esto se debe a que la pequeña sensibilidad de LV se amplifica en la estimación de SLV debido al término de la derivada segunda de LV multiplicada por la distancia de separación al cuadrado (ecuación (19)).

Las características de robustez de LV fueron halladas también en otro estimador integral propuesto por Li & Lake^{4,7}, pero cuyo tiempo de cómputo es tres veces mayor. En todos los casos estudiados, el método más rápido para determinar el semivariograma es aplicando el estimador punto a punto CSV. La estimación de SLV consume aproximadamente tres veces más tiempo, donde lo más costoso es la estimación de LV. La derivación de SLV a partir de LV es prácticamente inmediata.

CONCLUSIONES

Se proponen dos nuevos estimadores de autocorrelación espacial. El primero, LV (Local Variance), está basado en la varianza de dispersión, y es un estimador del valor medio del semivariograma dentro de una región. El segundo, SLV (Semivariogram from Local Variance), está relacionado con las derivadas del primero y es un estimador del semivariograma.

Se comparan sus comportamientos con el del estimador clásico de Matheron (CSV), tanto para datos reales como sintéticos. Las conclusiones son:

- 1) El nuevo estimador integral LV es estable a largas distancias en contraposición a CSV, cuya precisión disminuye a medida que la distancia de separación aumenta.
- 2) A partir de LV se puede definir claramente una distancia de autocorrelación.
- 3) LV es ideal para ser ajustado mediante un modelo teórico a diferencia de los estimadores de semivariograma (CSV, SLV) cuyo ajuste suele ser muy artesanal y subjetivo debido a las grandes fluctuaciones que pueden presentar con datos heterogéneos.
- 4) LV, además de ser una medida de autocorrelación, es una medida de la varianza de dispersión en regiones de diferentes tamaños.
- 5) SLV describe eficazmente la variabilidad a corta distancia, pero se torna inestable para datos heterogéneos a grandes distancias de separación.
- 6) Los estimadores integrales de autocorrelación, como LV, brindan una descripción más confiable acerca de la estructura espacial de los datos analizados, mientras que los semivariogramas, como CSV y SLV, son fuertemente influenciados por los valores puntuales que presenta el conjunto particular de datos.
- 7) LV, que es un nuevo estimador de autocorrelación espacial pero no de semivariograma, puede introducirse como dato en técnicas geoestadísticas no tradicionales como Simulated Annealing⁸. Además, LV tiene la ventaja de ser suave y fácil de parametrizar con modelos teóricos. Derivando dichos modelos se pueden encontrar estimadores alternativos del semivariograma, los cuales son directamente aplicables en técnicas geoestadísticas tradicionales como Kriging y Simulación Gaussiana Secuencial⁶.

NOTACIÓN

CSV	semivariograma clásico, definido por Matheron
$E\{\}$	operador de esperanza
G	primitiva de Γ (ecuación (9))
h	distancia de separación
k	permeabilidad
m_i	número de datos en una ventana móvil
$N(h)$	cantidad de pares de datos separados por una distancia h
n	número total de datos
$N(a,b)$	distribución normal, donde a es el valor medio y b la desviación estándar
LV	estimador integral de varianza local (Local Variance)
SLV	estimador de semivariograma (Semivariogram from Local Variance)
V	región del espacio muestral
Z	variable aleatoria
Z_V	variable regularizada (valor medio de Z en V)

Letras griegas

γ	semivariograma
Γ	primitiva de γ (ecuación (9))
σ_V^2	varianza de dispersión

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado con subsidios de la Universidad de Buenos Aires y de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica. G.B.Savioli y M.S.Bidner son investigadoras del CONICET.

REFERENCIAS

- [1] G.Chierici, "Petroleum Reservoir Engineering in the Year 2000", *Energy Exploration & Exploitation*, 3, pp.173-193 (1985).
- [2] G.B. Savioli, M.S. Bidner and P.M. Jacovkis, "The Influence of Heterogeneities on Well Test Pressure Response - A Sensitivity Analysis", *Advanced Technology Series*, Society of Petroleum Engineers, Vol 4, N° 1, pp. 67-72 (1996)
- [3] F.Samper Calvete y J.Carrera Ramírez, "*Geoestadística: Aplicaciones a la Hidrología Subterránea*", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España (1990).
- [4] D.Li and L.W.Lake, "A moving window semivariance estimator", *Water Resources Research*, Vol. 30 (5), pp. 1479-1489 (1994).
- [5] C.V Deutsch and A.G. Journel, "*GSLIB- Geostatistical Software Library and User's Guide*", New York University Press, New York (1992).
- [6] J.L.Jensen, L.W.Lake, P.W.M.Corbett and D.J.Goggin, "*Statistics for Petroleum Engineers and Geoscientists*", Prentice Hall PTR, New Jersey (1997).
- [7] G.B.Savioli, A.F.Saccomano and M.S.Bidner, "Comparison Of Classical And New Autocorrelation Estimators", IV World Congress on Computational Mechanics, Buenos Aires, Argentina, 29 de junio al 2 de julio de 1998. Publicado en *Computational Mechanics, New Trends and Applications*, E. Oñate and S. R. Idelsohn (Eds.), CIMNE, Barcelona, España (1998).
- [8] A.Ouenes, "*Application of Simulated Annealing to Reservoir Characterization and Petrophysics*

FIGURAS

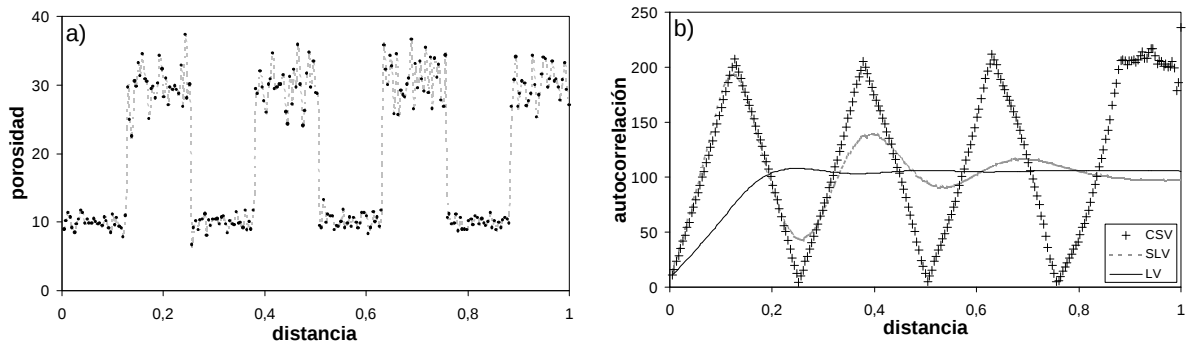


Fig.1: a) Estructura cíclica sintética. b) CSV, SLV y LV en función de la distancia de separación adimensional.

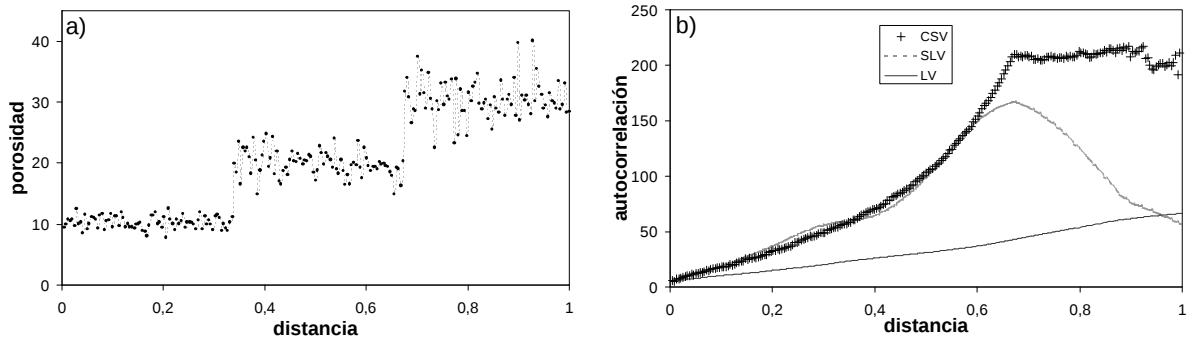


Fig.2: a) Estructura escalonada sintética. b) CSV, SLV y LV en función de la distancia de separación adimensional.

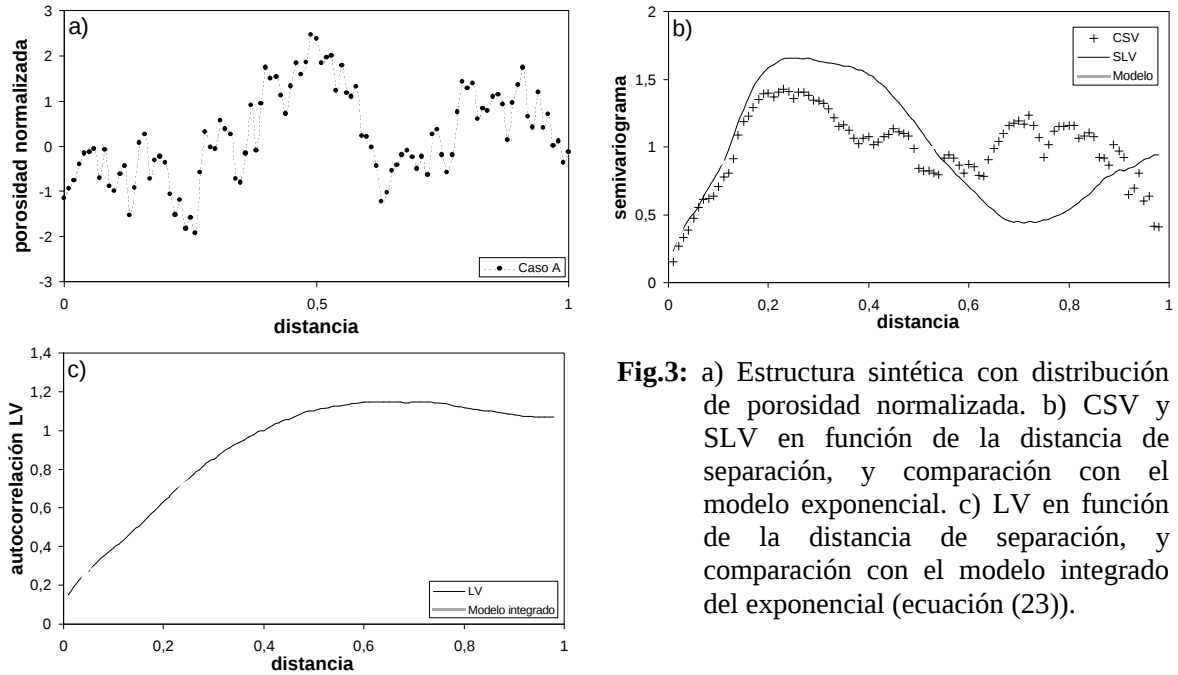


Fig.3: a) Estructura sintética con distribución de porosidad normalizada. b) CSV y SLV en función de la distancia de separación, y comparación con el modelo exponencial. c) LV en función de la distancia de separación, y comparación con el modelo integrado del exponencial (ecuación (23)).

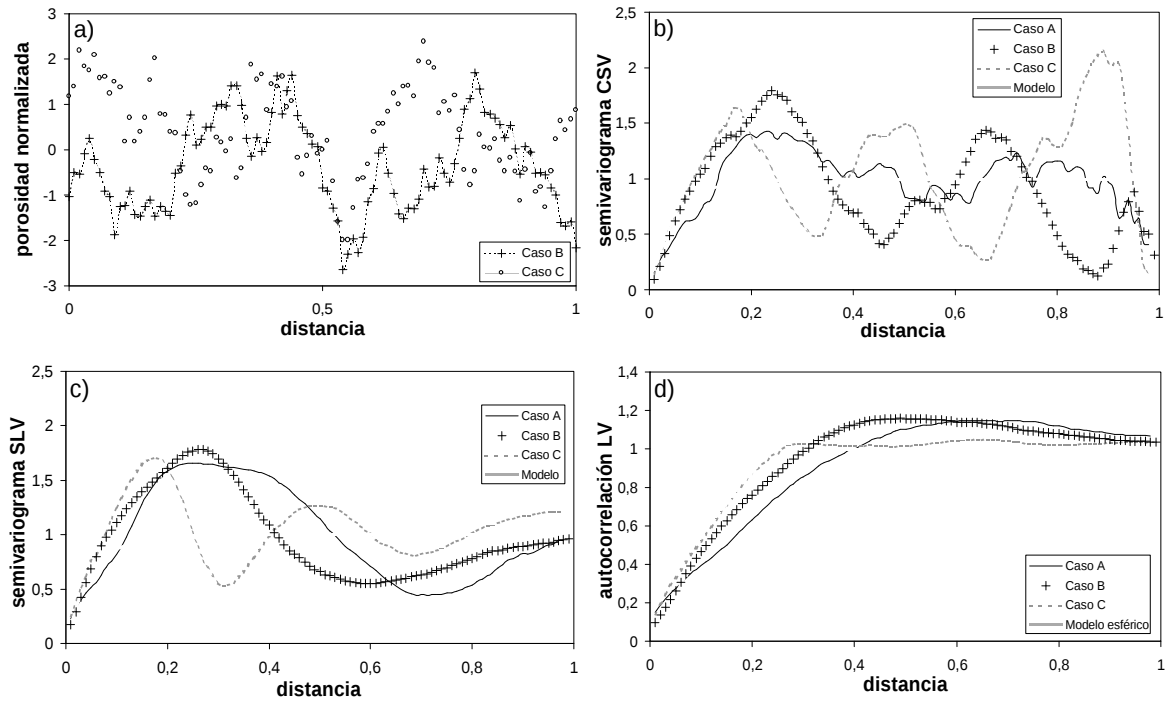


Fig.4: a) Dos campos sintéticos con distribución de porosidad normalizada, generados con la misma estructura espacial que el Caso A de la Fig.3a. b) Comparación del CSV aplicado a los tres casos sintéticos con el modelo teórico de semivariograma. c) Idem b) con el estimador SLV. d) Desempeño del LV en los tres campos sintéticos y ajuste mediante un modelo esférico (ecuación (21)).

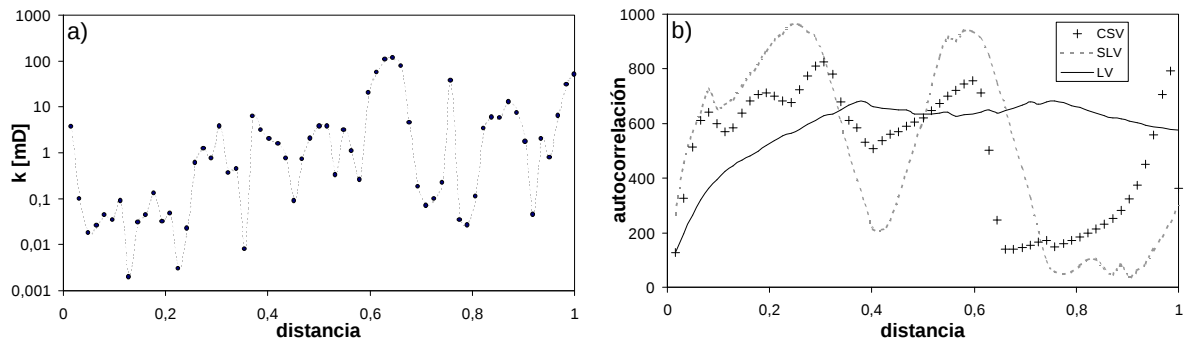


Fig.5: a) Mediciones de permeabilidad de un pozo real, en escala logarítmica y distancia adimensional. b) CSV, SLV y LV en función de la distancia de separación adimensional.

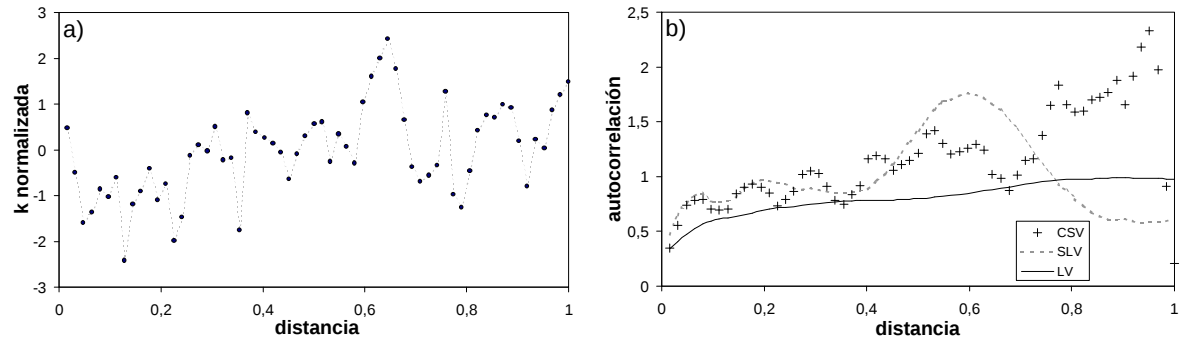


Fig.6: a) Mediciones de permeabilidad de un pozo real, luego de ser normalizadas. b) CSV, SLV y LV en función de la distancia de separación adimensional.

Alejandro Fabián Saccomano

Es Licenciado en Física del Instituto Balseiro (1995). Actualmente es estudiante de doctorado en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires. Su tarea de investigación la realiza en el Laboratorio de Ingeniería de Reservorios, en el área de Geoestadística, donde ha contribuido con varias presentaciones en congresos nacionales e internacionales. Es integrante de la Comisión Directiva del Capítulo Estudiantil del SPE-UBA. Es docente regular del Departamento de Ingeniería Química de la UBA, en las materias “Introducción a la Ingeniería Química” y “Fundamentos de la Ingeniería de Reservorios” y becario de doctorado de la UBA.

Gabriela Beatriz Savioli

Es Licenciada y Doctora (1996) en Ciencias Matemáticas de la Universidad de Buenos Aires. Su área de trabajo es la simulación numérica de reservorios petrolíferos, área en la que cuenta con muchas publicaciones. Ha sido investigadora visitante en la Universidad de Texas en Austin. Ha colaborado en el dictado de cursos de capacitación para profesionales de empresas petroleras, siendo responsable de la parte numérica de los mismos. Actualmente se desempeña como Profesora Adjunta en el Laboratorio de Ingeniería de Reservorios de la Universidad de Buenos Aires, a cargo de la materia Simulación Numérica de Reservorios y como Investigadora del CONICET.

Mirtha Susana Bidner

Es Ingeniera Química de la Universidad Nacional de La Plata y Magister en Ingeniería Química (1972). Ha sido Profesora Visitante en las Universidades de Minnesota y de Texas en Austin (USA); en el Imperial College (Londres) y en Trondheim (Noruega). Es autora de numerosas publicaciones técnicas y de varios estudios y evaluaciones de reservorios petrolíferos para YPF, Pérez Companc, Bidas y otras compañías. Ha dictado cursos de capacitación para profesionales de empresas petroleras en el país y en el extranjero. Fue Presidente de la Sección Argentina del SPE y de dos comisiones del SPE International: *C. K. Ferguson Medal Award Committee* y *Distinguished Achievement Award for Petroleum Engineering Faculty Committee*. Es Investigadora Principal del CONICET, Profesora Titular y Directora del Laboratorio de Ingeniería de Reservorios de la UBA.