

# ESTUDIO NUMÉRICO DE INESTABILIDADES DINÁMICAS DURANTE EL PROCESO DE INYECCIÓN DE AGUA EN RESERVORIOS DE PETRÓLEO

Nicolás Echebarrena (YTEC-CONICET), Gustavo Moreno (YTEC), Pablo Mininni (DF-UBA-CONICET)

nicolas.echebarrena@ypftecnologia.com

## Sinopsis

El estudio de los procesos asociados al *fingering* viscoso es de vital importancia a la hora de desarrollar simuladores numéricos que permitan optimizar el proceso de extracción de petróleo mediante inyección de agua. El desarrollo de inestabilidades en el frente de avance de agua genera un arribo temprano en los productores, dejando grandes zonas pobremente barridas. Por lo tanto, desde el punto de vista teórico y desde el práctico, es fundamental comprender cómo se generan estas inestabilidades y su evolución dinámica. En este trabajo mostramos los resultados de distintas simulaciones realizadas con un código propio en dos geometrías distintas: una tipo canal y otra tipo *quarter-five-spot*. En ambas geometrías se estudió la evolución del proceso de *fingering* para distintos valores de las cantidades que determinan el comportamiento del sistema, presión capilar y relación de viscosidades. Para generar el comienzo de las inestabilidades se consideraron pequeñas perturbaciones al perfil de saturación de agua inicial y, por otro lado, inhomogeneidades en la permeabilidad del medio. Se utilizó un método de descomposición ortogonal (POD) para caracterizar los resultados de las simulaciones.

## 1. Introducción

El proceso de inyección de agua en reservorios de petróleo es de vital importancia para la industria petrolera. Puede estudiarse utilizando las ecuaciones que describen el movimiento de dos fluidos inmiscibles en un medio poroso. La descripción analítica de este proceso emplea la ley de Darcy, aplicada a cada una de las fases presentes en el medio poroso. Para considerar la presencia de más de una fase en un mismo medio poroso se utilizan las permeabilidades relativas entre ellas.

En los campos donde se usa el proceso de inyección de agua para movilizar el petróleo remanente, usualmente se presenta la situación en la que el fluido inyectado tiene mayor movilidad que el fluido presente. En estas condiciones, es posible que se dé lugar a la aparición de *fingering* viscoso. Por este motivo, entender el proceso de *fingering* viscoso se vuelve de vital importancia práctica a la hora de desarrollar herramientas de optimización para la extracción de petróleo.

Los primeros trabajos en abordar este asunto fueron los de Engelberts y Klinkenberg (1951), Van Meurs (1957), Chouke *et al.* (1959) y Peters y Flock (1981). Uno de los resultados más relevantes de estos trabajos fue mostrar que la aparición de *fingering* viscoso limita la cantidad de petróleo que puede barrerse de un reservorio. Este resultado tiene una importancia práctica fundamental, pues limita la eficiencia que puede obtenerse mediante este tipo de extracción. En trabajos posteriores, Pavone (1992) estudió la dependencia existente entre el proceso de *fingering* viscoso y magnitudes típicas del problema, como la presión capilar y la relación de movilidades entre los fluidos.

Existen distintas aproximaciones posibles para estudiar el proceso de *fingering* viscoso. Por un lado, la aproximación más inmediata consiste en estudiar teóricamente las ecuaciones que describen el problema. El problema no-lineal completo es muy difícil de analizar para geometrías que no sean triviales, y por eso en la mayoría de los casos se recurre al problema linealizado (Riaz y Tchelepi, 2006). En cambio, una aproximación diferente consiste en simular el problema mediante algún método numérico y luego tomar los resultados de la simulación como datos experimentales. Una vez obtenidos los resultados de la simulación, éstos se pueden analizar con una multiplicidad de técnicas.

En particular, en este trabajo realizamos simulaciones en dos geometrías distintas utilizando un código propio y estudiando los resultados obtenidos mediante la descomposición propia ortogonal (POD, por sus siglas en

inglés). Éste es uno de los métodos más eficientes cuando se busca reducir el orden de un modelo Van Doren *et al.* (2004) debido a su simplicidad computacional y a la buena aproximación que se logra. En este trabajo utilizamos el método de *snapshots* para encontrar la base de autovectores, espaciales y temporales, que permiten reconstruir la solución al problema. Mediante este método, encontramos los autovectores dominantes del problema y la evolución temporal de cada uno de ellos. Estudiando la estructura espacial de estos modos e identificándola con el proceso de *fingering* podemos estudiar este último.

## 2. Descomposición propia ortogonal

Los métodos de POD se utilizan en general para identificar estructuras coherentes de alguna variable espacial, reducir la dimensionalidad de un problema e identificar bifurcaciones en la dinámica de un problema típicamente complejo. En este trabajo usamos una composición POD con el método de *snapshots* para obtener información de la dinámica en la formación de *fingering* viscoso.

La evolución temporal del problema puede ser descrita en términos de un conjunto de autofunciones espaciales y temporales, topes y cronos de ahora en más. Para encontrar este conjunto de autovectores, existen distintos métodos presentes en la bibliografía. En este trabajo probamos dos métodos distintos de descomposición que nos permitieron comparar los resultados obtenidos con cada uno y sus beneficios. Pudimos corroborar que usando ambos métodos obteníamos la misma descomposición (topes y cronos). La diferencia entre ambos radica en el tiempo de cómputo demandado por cada uno de ellos. Por este motivo se optó por utilizar sólo el método de los *snapshots*, pues resultó mucho más rápido que el otro.

Para poder descomponer el problema utilizando POD ordenamos las simulaciones en una secuencia de matrices espaciales:

$$S = \{s^1, s^2, s^3, \dots, s^N\} \text{ con } s^j \in \mathbb{R}^{M_f \times M_c}$$

Donde  $N$  es la cantidad total de matrices y  $M_f \times M_c$ , el tamaño de cada una de ellas. Cada matriz contiene la información del campo de saturaciones en un instante dado.

Dado un campo de saturaciones  $S(x, t)$  podemos definir un operador lineal  $S: H(X) \rightarrow H(T)$  como:

$$\forall \phi \in H(X) (S\phi)(t) = \int_X s(x, t) \phi(x) dx,$$

Donde  $S$  es el operador de Hilbert lineal con un producto interno estándar.

El operador adjunto  $S: H(T) \rightarrow H(X)$  queda entonces:

$$\forall \psi \in H(T) (S^*\psi)(x) = \int_T \overline{s(x, t)} \psi(t) dt,$$

Donde  $\overline{s(x, t)}$  es el complejo conjugado de  $s(x, t)$ . Asumiendo que  $S$  es un operador compacto, podemos escribir  $s(x, t)$  como:

$$s(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \overline{\phi_k(x)} \psi_k(t)$$

Donde  $\alpha_k$ ,  $\phi_k$  y  $\psi_k$  son los elementos de la descomposición espectral del operador  $S$ . O sea, son soluciones del problema de autovalores:

$$(S^*S\phi_k)(x) = \alpha_k^2 \phi_k(x),$$

$$(SS^*\psi_k)(t) = \alpha_k^2 \psi_k(t),$$

Las funciones  $\phi_k$  son las autofunciones espaciales del problema, topes, y son ortogonales entre sí. Las funciones  $\psi_k$  son las autofunciones temporales, cronos, que también cumplen el principio de ortogonalidad, mientras que los  $\alpha_k$  son los autovalores.

El método más inmediato para resolver estos dos problemas de autovalores en forma simultánea es utilizando

una descomposición en valores singulares. Sin embargo, la resolución del problema es costosa computacionalmente.

Un método alternativo es el de los *snapshots* Sirovich (1987), que resulta ser una discretización del método POD en el dominio temporal.

Para hallar las autofunciones temporales se debe armar la matriz de correlación  $C$  (de tamaño  $N \times N$ ). Esta matriz correlaciona la matriz espacial en un dado tiempo  $t_i$  con la misma matriz en un tiempo  $t_j$ . El término  $C_{ij}$  se puede escribir como:

$$C_{ij} := \frac{1}{N} \left( s(x, t_i), s(x, t_j) \right)_{\Omega}$$

Luego debo resolver el problema de autovalores:

$$C\psi^i = \lambda_i \psi^i$$

Los autovectores son las funciones temporales que permiten evolucionar el sistema.

Para calcular las autofunciones espaciales debo resolver el siguiente sistema:

$$\phi_i = \frac{1}{\lambda_i N} \sum_{m=1}^N \psi_m^i s^m$$

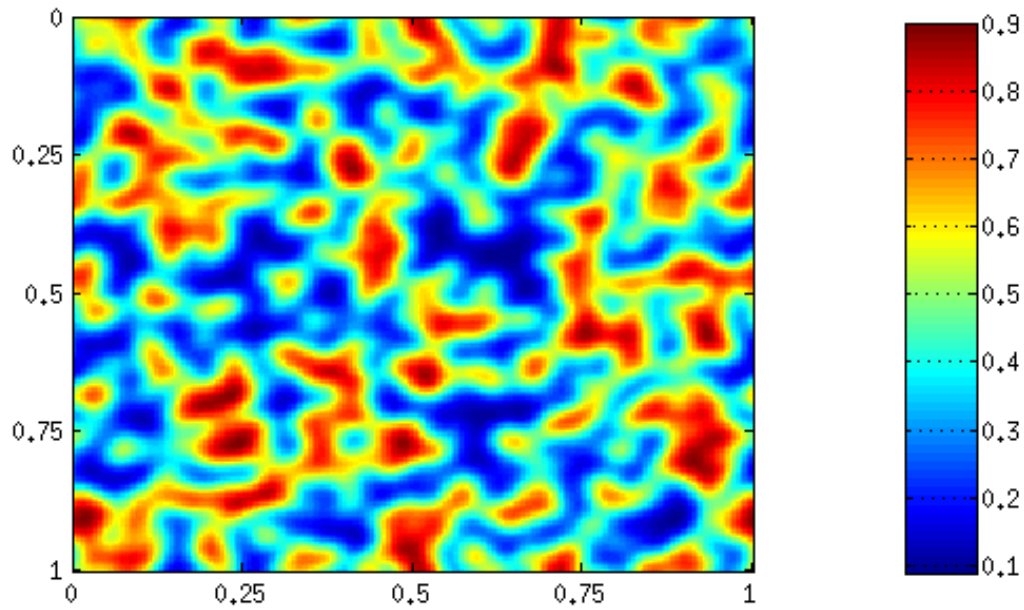
### 3. Simulaciones

Las distintas simulaciones usadas en este trabajo fueron realizadas utilizando un código propio. Este código fue desarrollado mediante el empleo de volúmenes finitos y un esquema IMPES (implícito para la presión y explícito para la saturación). Las ecuaciones se adimensionalizaron a fin de simplificar la lectura de los resultados.

Las curvas de permeabilidades relativas utilizadas fueron  $K_{rw} = S^2$  y  $K_{rn} = (1 - S)^2$ , y para la presión capilar se usó  $P_c = -P_0 \ln(S)$ .

Utilizando este código se hicieron simulaciones en una geometría tipo canal y en una geometría tipo *quarter-five spot*. Para generar las inestabilidades en el frente de avance se utilizaron dos métodos distintos.

El primer método consistió en usar un mapa de permeabilidades inhomogéneo, tal como se muestra en la figura 1. El segundo método utiliza un mapa de permeabilidades totalmente homogéneo y se introducen perturbaciones (del orden del 1% del valor) al perfil de saturaciones inicial. Los resultados de cada simulación fueron guardados en una secuencia de matrices de tamaño  $M_F \times M_c$  (típicamente 40.000 puntos).



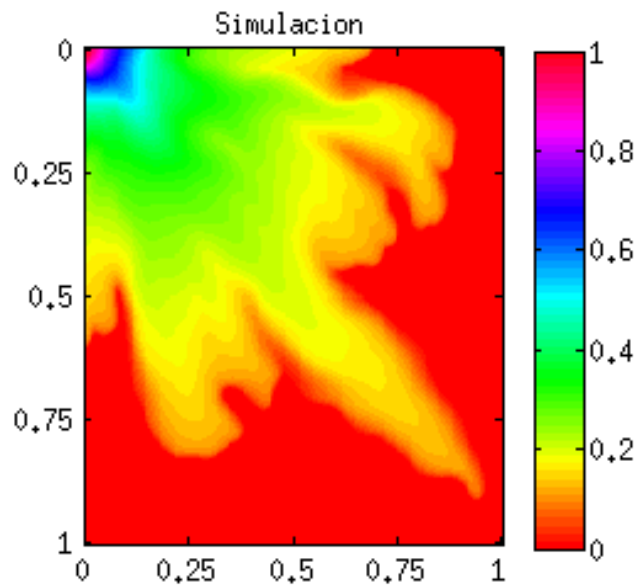
**Figura 1.** Mapa de permeabilidades inhomogéneo para un recinto cuadrado

## 4. Resultados

### 4.1. Simulaciones

En la figura 2 se muestra el perfil de saturación para una simulación hecha en una geometría tipo *quarter-five-spot*. Se usó una relación de viscosidades entre ambas fases de 64 veces y en ausencia de presión capilar.

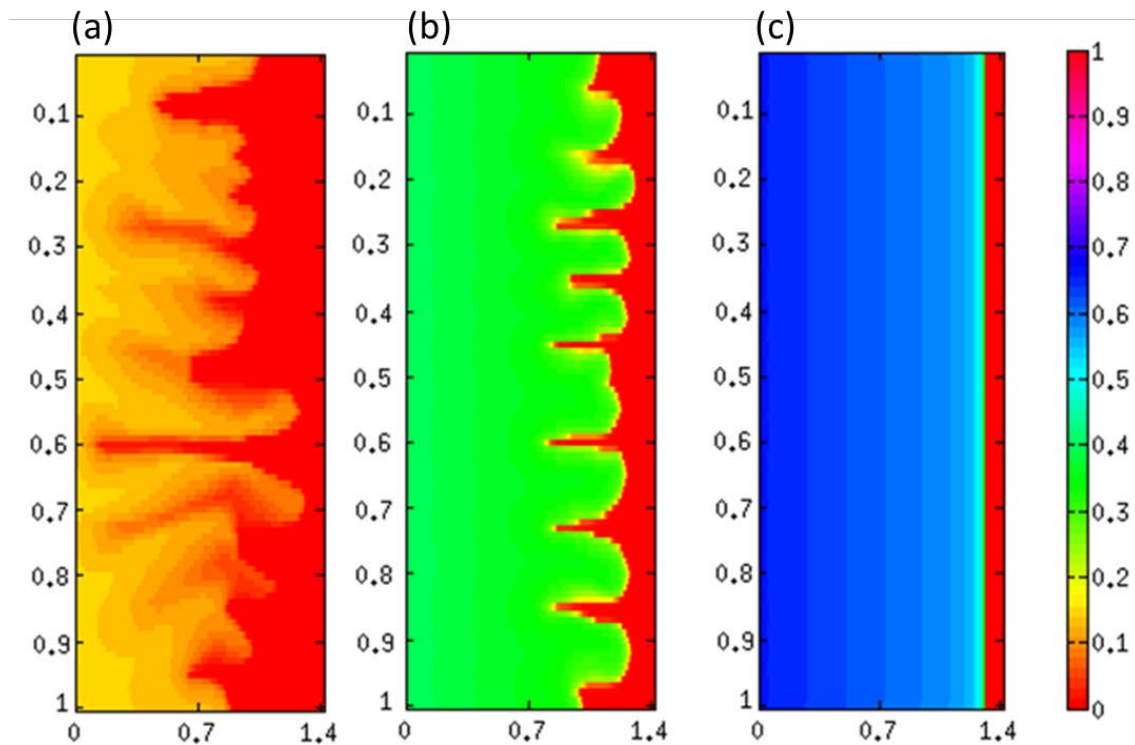
En este caso se utilizó un mapa de permeabilidades inhomogéneo como el de la figura 1 para generar el *fingering*.



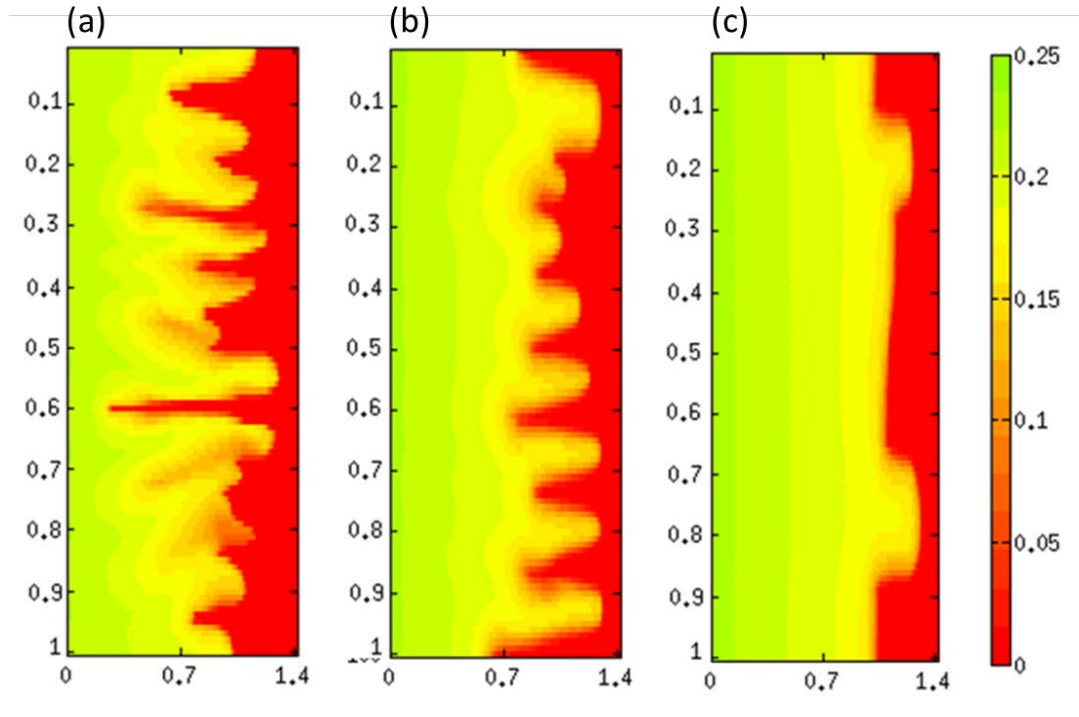
**Figura 2.** Frente de avance del perfil de saturación en un recinto *quarter-five-spot*. La inyección de agua se produce desde la esquina superior izquierda

En las figuras 3 y 4 se muestra la zona de interfaz entre el agua y el petróleo para 6 simulaciones distintas en una geometría tipo canal. Las 6 simulaciones fueron hechas utilizando la misma condición inicial y lo que se cambió entre una y otra fueron los valores de viscosidades y de presión capilar. Se utilizó un mapa de permeabilidades totalmente homogéneo. Las figuras 3 (a), (b) y (c) fueron hechas sin presión capilar y con una relación de viscosidades de 64, 8 y 2 veces, respectivamente.

Las figuras 4 (a), (b) y (c) fueron hechas con una relación de viscosidades de 30 veces y con una  $P_0$  de 0,001 0,1 y 0,2, respectivamente, en unidades adimensionales.



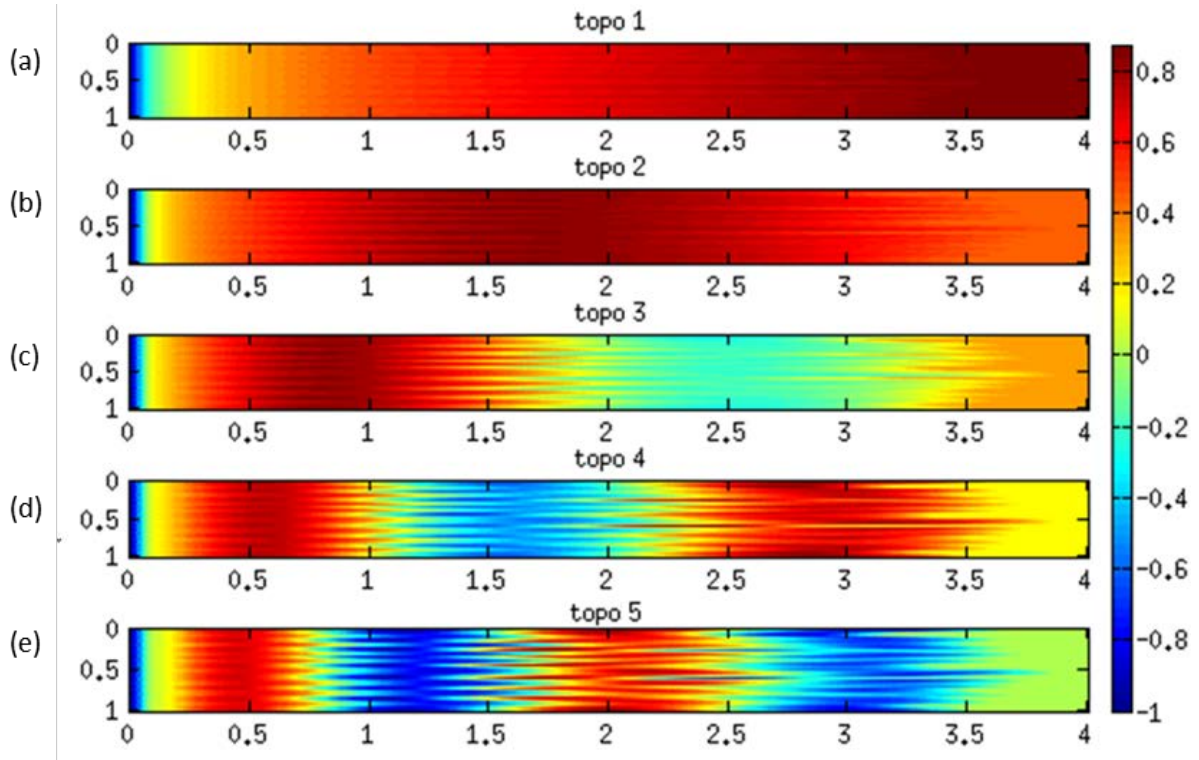
**Figura 3.** Frente de avance de simulaciones con distintos parámetros de relación de viscosidades y presiones capilares. En (a) se utilizó  $P_0$  igual a cero y una relación de viscosidades de 64 veces. En (b)  $P_0$  igual cero y una relación de 8 veces. En (c)  $P_0$  igual cero y una relación de 2 veces



**Figura 4.** Frente de avance de simulaciones con distintos parámetros de relación de viscosidades y presiones capilares. En (a) se utilizó  $P_0$  igual a 0,001 y una relación de viscosidades de 30 veces. En (b)  $P_0$  igual a 0,1 y una relación de 30 veces. En (c)  $P_0$  igual a 0,2 y una relación de 30 veces

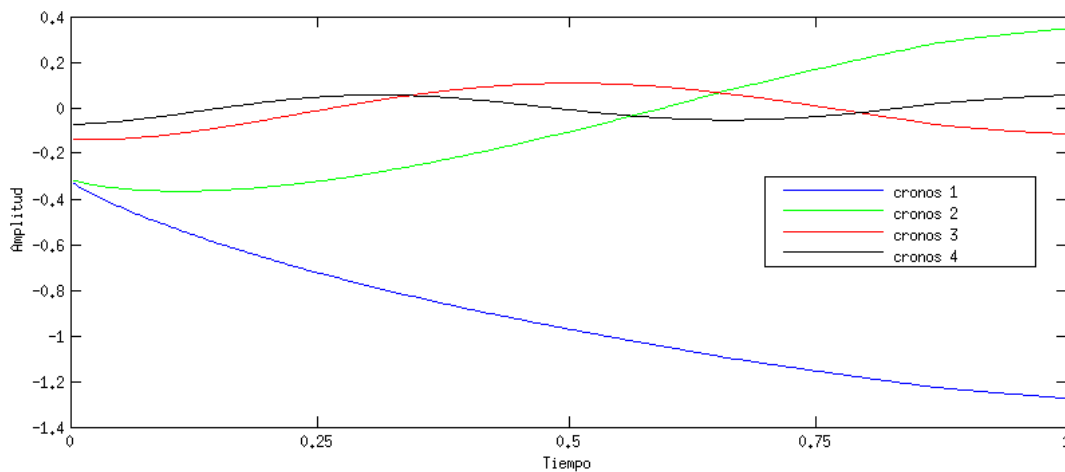
#### 4.2. Método POD

En la figura 5 se muestran los primeros 5 topes obtenidos mediante el método POD para una simulación en una geometría tipo canal con  $P_0$  igual a 0 y con una relación de viscosidades de 40 veces. La geometría utilizada es tipo canal y el mapa de permeabilidades usado, completamente homogéneo.



**Figura 5.** Los 5 primeros topos de la descomposición POD para una simulación hecha con  $P_0$  cero y una relación de viscosidades de 40 veces

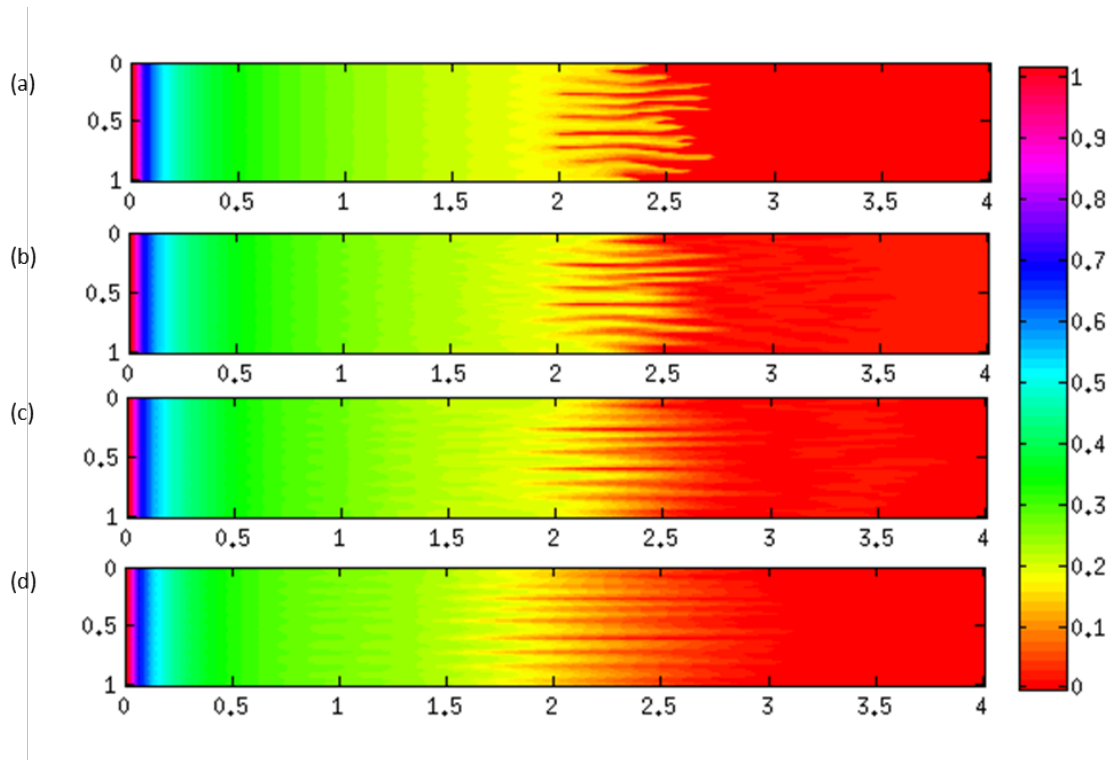
En la figura 6 se muestran los primeros 4 cronos obtenidos para esta simulación. Puede verse cómo a medida que aumenta el número de topo aumenta la frecuencia temporal del crono asociado y disminuye su amplitud. Esto significa que a medida que aumenta el número de topo disminuye su peso relativo en la reconstrucción de los datos originales.



**Figura 6.** Cronos de los 4 primeros topos de la descomposición

Utilizando los topos obtenidos junto con sus cronos asociados se puede reconstruir la simulación en un tiempo deseado. Según la cantidad de topos utilizados se logran reconstruir con mayor o menor precisión los datos originales. Utilizando la totalidad de los modos se puede reconstruir la simulación con un error relativo inferior al  $5 \times 10^{-13}\%$ . Este caso se muestra en la figura 7 (a), donde se utilizaron los 366 topos totales.

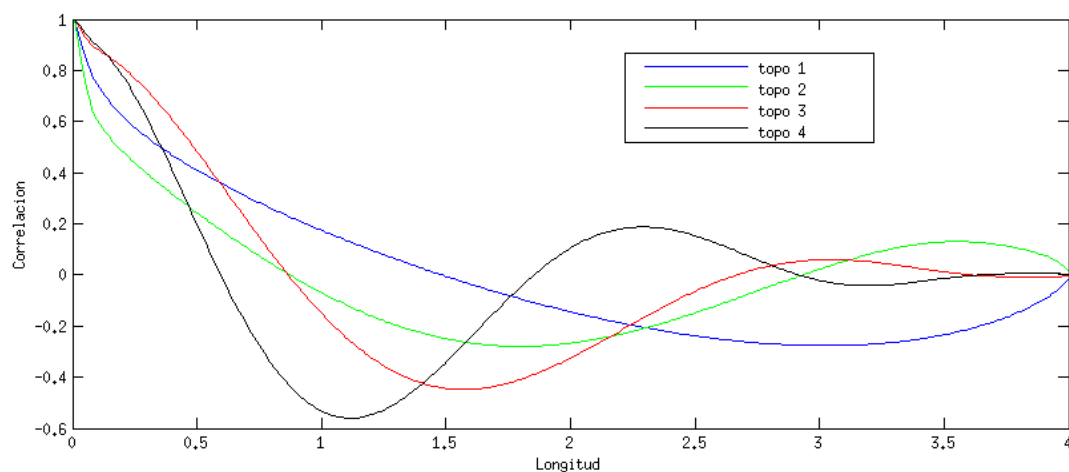
En las figuras 7 (b), (c) y (d) se usaron 16, 8 y 4 topos para la reconstrucción, respectivamente. Utilizando 16 topos se obtiene un error relativo de 3,66%.



**Figura 7.** Reconstrucción de los datos simulados usando (a) 366 topos, (b) 16 topos, (c) 8 topos y (d) 4 topos. El error relativo de la reconstrucción (a) es de  $5 \times 10^{-13}\%$

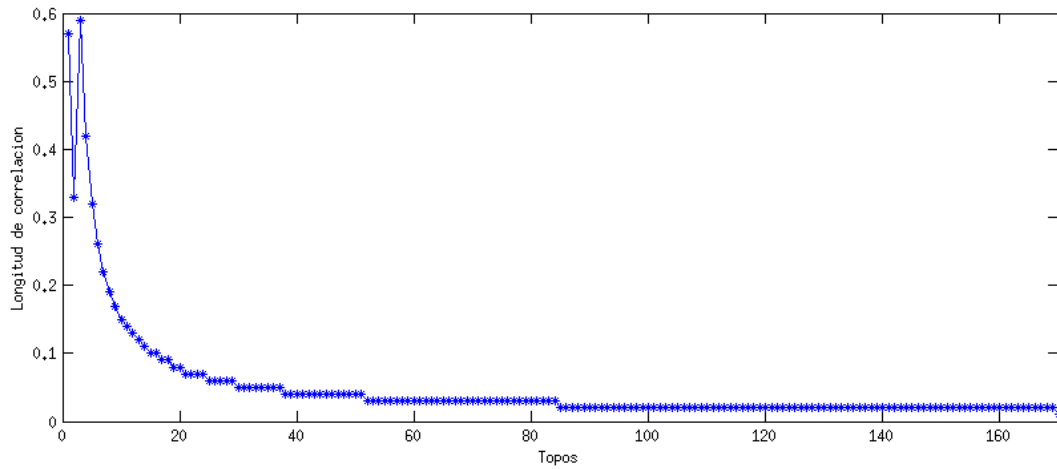
Para identificar las estructuras espaciales de cada topo se buscó la longitud de correlación en ambas coordenadas. Puede apreciarse que la frecuencia espacial de estas estructuras en la dirección X (la dirección de avance del frente) se achica a medida que aumenta el número de topo, como puede verse en la figura 5.

En la figura 8 se muestran las funciones de correlación en el eje X para los 4 primeros topes.



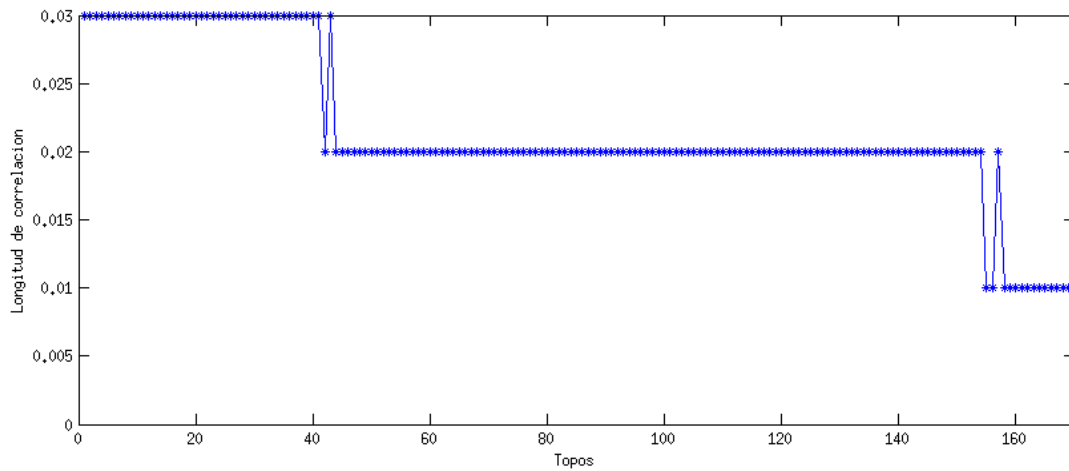
**Figura 8.** Funciones de correlación en la dirección X para los primeros 4 topes

Utilizando las funciones de correlación para cada topo se encontraron las longitudes de correlación típicas de cada uno. La longitud de correlación en función del número de topo se muestra en la figura 9. Puede verse que la longitud de correlación en el eje X (que está asociada a la frecuencia espacial del topo) decae a medida que se incrementa el número de topo.



**Figura 9.** Longitud de correlación de los topos en la dirección X

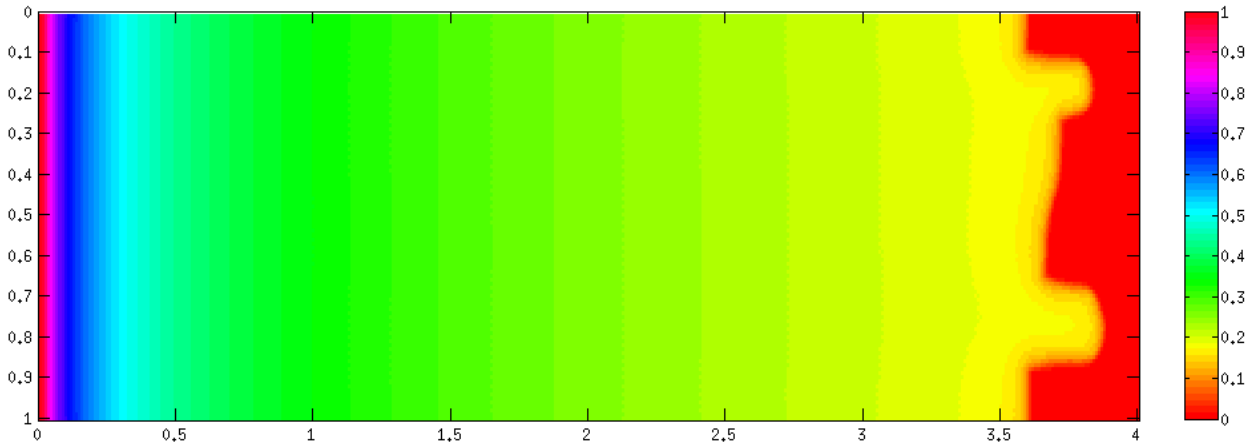
Luego se realizó lo mismo, pero con el eje Y. Se buscaron las funciones de correlación para esta coordenada Y y con ellas se calcularon las longitudes de correlación asociadas a cada topo. En esta dirección puede verse un comportamiento similar. A medida que se aumenta el número de topo, disminuye la longitud típica de las estructuras características en esta dirección. El escalonamiento que se aprecia se debe a la discretización de la simulación.



**Figura 10.** Longitud de correlación de los topos en la dirección Y

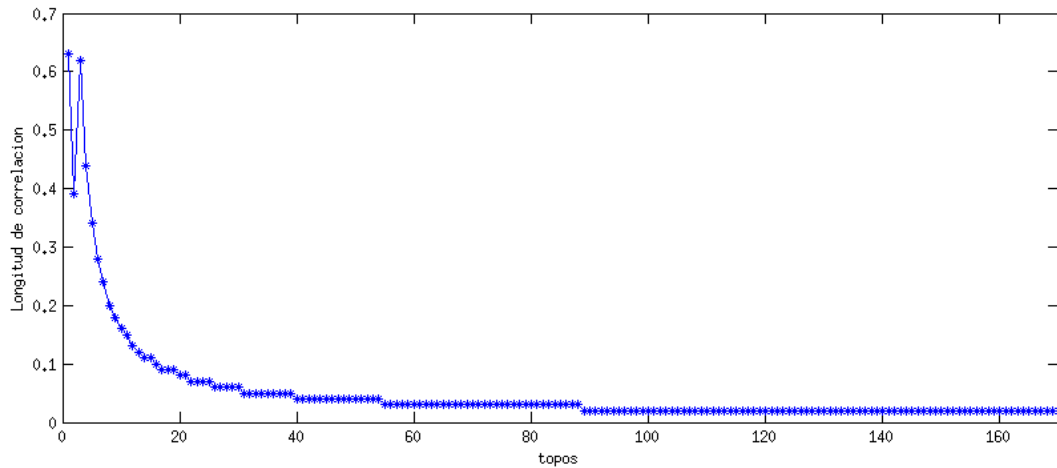
En la figura 11 se muestra el perfil de saturación en un tiempo arbitrario para una simulación con una relación de viscosidades de 30 y un valor de  $P_0$  igual a 0,2. La condición inicial impuesta al perfil de saturación es la misma que se utilizó en las simulaciones mostradas anteriormente. El mapa de permeabilidades, al igual que antes, es completamente homogéneo.

Puede apreciarse a simple vista que la frecuencia espacial en la dirección Y del *fingering* en la interfaz entre los fluidos es mayor que en el caso anterior.



**Figura 11.** Simulación hecha con  $P_0$  igual a 0,2 y una relación de viscosidades de 30 veces

Con los datos de esta simulación se buscaron las longitudes de correlación en la dirección  $X$ . Puede verse que se obtienen resultados similares a los del caso anterior.

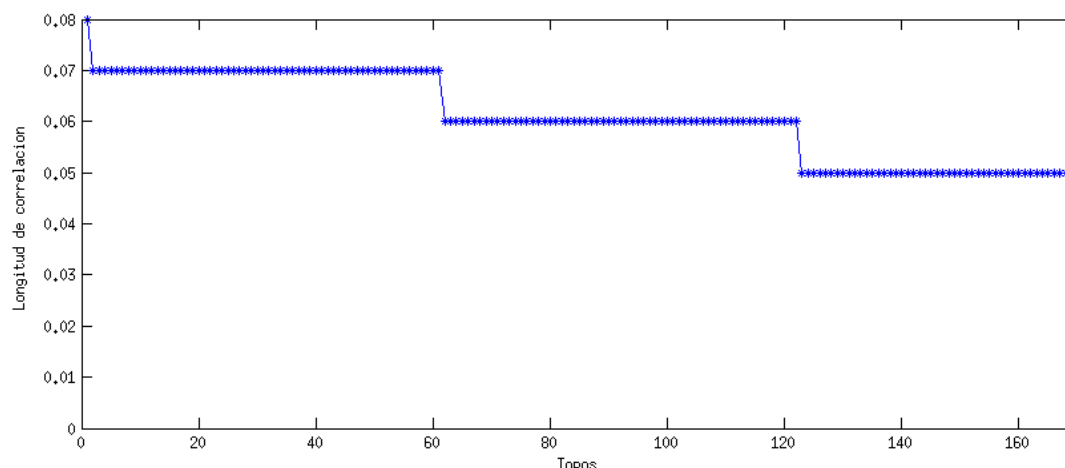


**Figura 12.** Longitud de correlación de los topes en la dirección  $X$

De igual forma, con estos nuevos datos, se buscó la longitud de correlación en la dirección  $Y$ . Puede verse un comportamiento similar, pero con valores superiores a los obtenidos anteriormente.

En este caso, las longitudes típicas de los primeros 170 topes son 0,08, 0,07, 0,06 y 0,05, mientras que en el caso anterior, para los mismos topes, se obtenían longitudes de 0,03, 0,02 y 0,01. Esta diferencia en las longitudes características de los topes espaciales en la dirección  $Y$  se corresponde con la diferencia de frecuencia en el *fingering* que puede apreciarse a simple vista.

Este mismo proceso fue repetido para distintas simulaciones, verificándose siempre el mismo comportamiento.



**Figura 13.** Longitud de correlación de los topos en la dirección Y

## 5. Conclusiones

En este trabajo mostramos simulaciones hechas para distintas geometrías y con distintos parámetros que dan lugar al proceso de *fingering* en el frente de avance durante una inyección de agua en un reservorio de petróleo. Las simulaciones fueron hechas usando un código propio desarrollado para tal fin.

Además, se implementó un método POD que permitió reconstruir los datos obtenidos en las simulaciones. Se obtuvo que es posible reconstruir los datos con una cantidad reducida de modos (topos y cronos asociados).

Se observó que los topos presentan estructuras regulares en ambas direcciones. La frecuencia de estas estructuras está dada por las longitudes de correlación. Se obtuvieron las longitudes de correlación para los topos de distintas simulaciones en las dos direcciones. Se pudo observar que las longitudes de correlación obtenidas en la dirección Y aportan información sobre la frecuencia espacial del *fingering* en esa misma dirección.

Queda como trabajo futuro intentar obtener una mejor caracterización de la relación entre la frecuencia espacial del *fingering* y la longitud de correlación en esa dirección, así como también el proceso de formación del *fingering* en función del peso relativo (dado por los cronos) de los topos a lo largo de la evolución temporal.

## Referencias

- Chouke, R. L., Van Meurs, P. y Van Der Poel, C. (1959), "The instability of slow, immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media", Trans. AIME **216**, 188.
- Engelberts, W. F. y Klinkenberg, L. J. (1951), "Laboratory experiments on the displacement of oil by water from packs of granular material", in *Proceedings of the Third World Petroleum Congress*, The Hague, Vol. II, p. 544.
- Pavone, D. (1992), "Observations and correlations for immiscible viscous-fingering experiments", SPE Reservoir Eng. **7**, 187.
- Peters E. J. y Flock, D. L. (1981), "The onset of instability during two-phase immiscible displacements in porous media", SPE J. **21**, 249.
- Riaz, A. y Tchelepi, H. A. (2004), "Linear stability analysis of immiscible two-phases flow in porous media with capillary dispersion and density variation". *Physics of fluid* (1994-present), 16(12), 4727-4737.
- Sirovich, L. (1987), "Turbulence and the Dynamics of Coherent Structures. Part 1: Coherent Structures". *Quarterly of Applied Mathematics* 45(3), 561–571.

- Van Meurs, P. (1957), “Use of transparent three-dimensional models for studying the mechanism of flow processes in oil reservoirs”, Trans. AIME **210**, 295.
- Van Doren, J. F. M., Markovinovic, R., y Jansen, J. D. (2004, August), “Reduced-order optimal control of waterflooding using POD”. In *ECMOR IX-9th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*.