

Análisis Probabilístico aplicado a una Simulación Analítica de Recuperación Secundaria

Sinopsis

Cuando se realiza una simulación analítica de recuperación secundaria existen dos grandes tipos de incertidumbres. Por un lado, las relacionadas a las limitaciones del modelo para describir adecuadamente la dinámica del reservorio, y por otro lado, las asociadas a los parámetros de entrada al modelo. Una vez evaluadas y aceptadas las incertidumbres inherentes al modelo, es deseable discernir cuán probables son los resultados, a la vez de plantear múltiples escenarios.

En este contexto, se desarrolló una herramienta capaz reflejar la incertidumbre asociada a muchos de los parámetros del reservorio tales como volúmenes porales, saturaciones iniciales o parámetros PVT, entre otros, en una simulación, permitiendo obtener rápidamente un resultado probabilístico de la producción de un yacimiento. De esta manera, se logró integrar un modelo analítico de simulación de recuperación secundaria con una poderosa herramienta que utiliza simulaciones de tipo Montecarlo.

En este trabajo, se presentan dos casos de estudio de distinta complejidad con el objetivo de mostrar el efecto de las distribuciones de probabilidad en las variables de entrada sobre los resultados de una simulación para dos modelos analíticos: Flujo Segregado y Buckley Leverett. Asimismo, se estudian distintos métodos de generación de variables aleatorias y se evalúa tanto el tiempo de cálculo como la calidad de los resultados. Además, se analiza el número de corridas necesarias para obtener resultados representativos de la acumulada final de petróleo.

Introducción

El simulador analítico que se estudia intenta representar el comportamiento del desplazamiento por agua de los fluidos del reservorio una vez que se han producido o redissuelto los componentes volátiles del petróleo. En este trabajo se estudian dos modelos analíticos: Flujo Segregado y Buckley Leverett. Los mismos se explican detalladamente en el punto I del Apéndice.

Se propone el siguiente modelo con el objetivo de estudiar yacimientos con múltiples pozos y capas. Se define un *elemento de flujo* como el volumen contactable por secundaria entre un pozo inyector y un productor. El elemento de flujo es la unidad de cálculo del simulador y por lo tanto cada elemento de flujo se alimenta de los distintos datos requeridos por cada modelo analítico de cálculo que pueden estar disponibles por capa o por regiones. Luego, una malla de inyección se compone de los elementos de flujo que conectan un pozo inyector con todos los productores vecinos dentro de una capa.

Para cualquiera de los dos modelos analíticos, el simulador construye una curva de petróleo acumulado en volúmenes porales (Npd) vs agua inyectada en volúmenes porales (Wid) en función de los parámetros requeridos por el modelo seleccionado. El cálculo se efectúa mensualmente. De este modo con el Wid del mes anterior de cada elemento y el caudal inyectado en el mes en el mismo, se obtiene el nuevo Wid, y a partir de él se calcula el Npd nuevo del elemento. Por diferencia con el anterior se obtiene el caudal de petróleo mensual y por diferencia con la inyección, el caudal de agua mensual. La suma de los caudales producidos por cada elemento de cada pozo en cada capa permitirá obtener una curva de producción a nivel de pozo que podrá ser comparada con su historia de producción.

El ajuste histórico de la producción se logra mediante las modificaciones de los parámetros correspondientes al modelo de cálculo elegido y a los coeficientes de distribución areal de la inyección. Los mismos son los encargados de determinar la inyección que recibe cada capa de un pozo inyector y cuánto va a distribuir hacia los pozos productores a través de los elementos de flujo.

Una vez elegido el modelo analítico de cálculo, la geometría de las mallas de inyección y los coeficientes de distribución areal, nos proponemos estudiar la incertidumbre asociada a los distintos parámetros petrofísicos y geológicos de entrada a cada modelo analítico durante la simulación para obtener resultados probabilísticos de la producción de un reservorio. Para esto se acopló una herramienta de cálculo de tipo Montecarlo al simulador de recuperación secundaria descripto.

Una vez realizada una simulación determinística con el modelo analítico seleccionado se propone obtener un resultado estocástico reemplazando los valores “promedio” de los parámetros de entrada por distribuciones de probabilidad. Las mismas se asignan estableciendo una distribución de las disponibles (Uniforme, Normal, Lognormal y Triangular) y un porcentaje mínimo y máximo. En el punto II del Apéndice se listan los parámetros de entrada para los cuales es posible asignar distribuciones de probabilidad para cada modelo analítico estudiado y en el punto III del mismo se explican en detalle las características de las distribuciones de probabilidad disponibles. El porcentaje mínimo y máximo tiene el objetivo de fijar los parámetros de la distribución y tiene un significado distinto según la distribución. La forma de cálculo de los parámetros a partir de los porcentajes según la distribución se explica en el punto IV del Apéndice.

Una cuestión importante cuando se desea analizar las producciones desde el punto de vista probabilístico es estudiar cuál es el número de corridas necesario para obtener resultados representativos. Dado que al aumentar el número de corridas en modelos complejos o en proyectos donde se estudia una gran cantidad de pozos y capas aumenta considerablemente el tiempo de cálculo, es importante estudiar y optimizar los distintos métodos de generación de variables aleatorias disponibles para generar los datos de entrada a partir de las distribuciones propuestas para las distintas variables de entrada. Con este objetivo se estudiaron dos métodos de generación de variables aleatorias independientes: Montecarlo e Hipercubo Latino. Los mismos se explican en el punto V del Apéndice. En este contexto, se estudia la cantidad de corridas necesarias para generar distribuciones de distintas características generando las mismas por la técnica de Montecarlo y por Hipercubo Latino y se estudia un criterio válido para determinar la cantidad de corridas necesarias obtener una acumulada final representativa a partir de los dos modelos analíticos y proyectos de distinta complejidad.

Desarrollo

Se propone estudiar la incidencia del método de generación de variables aleatorias. Para esto se estudia cuál es el número de tiros necesarios para reconstruir distintas curvas de distribución de probabilidades pertenecientes a diferentes familias utilizando un generador típico de Montecarlo y otro que genera las variables aleatorias por Hipercubo Latino. La Tabla 1 muestra las distintas distribuciones estudiadas con sus parámetros y sus medidas Media y Desviación Estándar teóricas.

Distribución	Parámetro 1	Parámetro 2	Media	Desviación
Normal	μ	σ	μ	σ
Uniforme	a	b	$a + \frac{(b - a)}{2}$	$\sqrt{\frac{(b - a)^2}{12}}$
Lognormal	μ^*	σ^*	$e^{\left(\mu^* + \frac{\sigma^{*2}}{2}\right)}$	$\sqrt{e^{(2\mu^* + \sigma^{*2})}(e^{\sigma^{*2}} - 1)}$
Exponencial	λ	NA	$\frac{1}{\lambda}$	$\sqrt{\frac{1}{\lambda^2}}$
Gumbel del Mínimo	β	θ	$\theta - C\beta$	$\frac{\pi}{\sqrt{6}}\beta$

Tabla 1. Promedio y desviación estándar teóricas en función de los parámetros de distribuciones probabilidad de distintas familias de curvas.

Para cada una de las distribuciones descritas en la Tabla 2 se generaron escalonadamente de 5 a 1500 tiros por la técnica de Hipercubo Latino y de 5 a 5000 tiros por Montecarlo. La Figura 1 (a) y (b) muestra el tiempo de cálculo en función del número de tiros para cada una de las técnicas de generación para todas las distribuciones estudiadas. Se observa en la Figura que el tiempo de cálculo no difiere al utilizar una u otra técnica de generación. La diferencia en el tiempo de generación entre los dos grupos de distribuciones se debe al método de generación de variables aleatorias.

Distribución	Parámetro 1	Parámetro 2
Normal	1	1
Uniforme	1	2
Lognormal	1	1
Exponencial	6	NA
Gumbel del Mínimo	1	1

Tabla 2. Parámetros utilizados para las distintas distribuciones estudiadas.

Se analizó el comportamiento de los siguientes parámetros para cada distribución: Mínimo, Máximo, Media, Desviación, Coeficiente de variación (CV %), Asimetría, Curtosis, percentiles 10, 50 y 90 (en adelante P10, P50 y P90). Las Figuras 2 y 3 muestran la evolución de estos parámetros para la distribución Normal (1,1) y la Uniforme (1,2) en función del número de tiros para ambos métodos de generación de variables aleatorias. Similares tendencias se encontraron para las demás

distribuciones estudiadas, excepto para la distribución LogNormal, a la cual le cuesta estabilizar la desviación estándar independientemente del método de generación empleado.

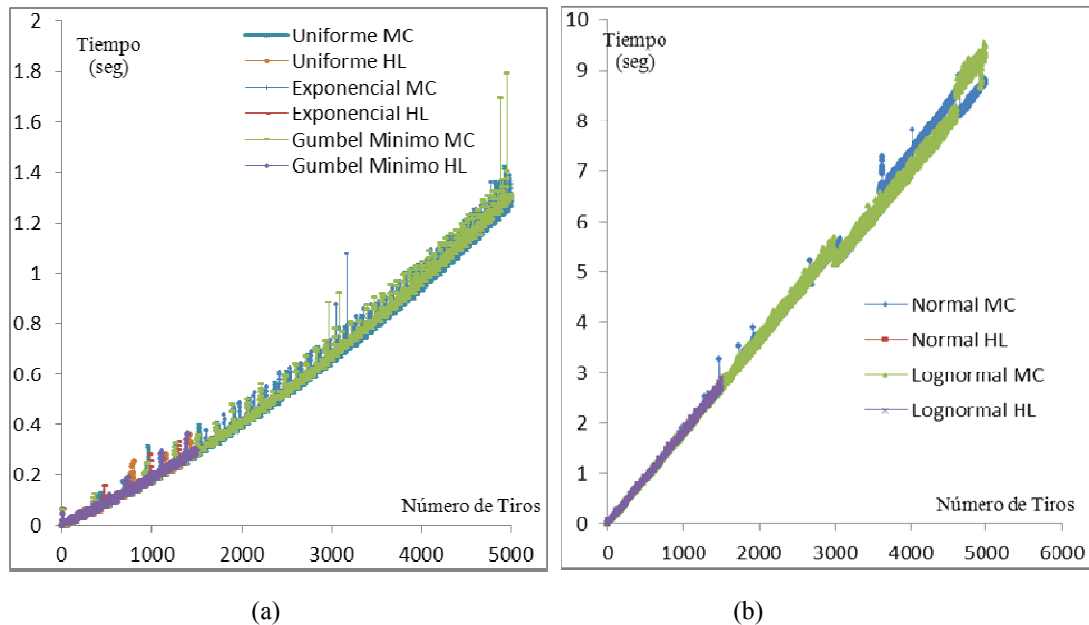


Figura 1.(a) Tiempo de cálculo para las distribuciones Uniforme, Exponencial y Gumbel del Mínimo generadas por MC e HL. (b) Tiempo de cálculo para las distribuciones Normal y Lognormal generadas por MC e HL.

En las Figuras 2 y 3 se observa que la estabilización de los estadísticos mínimo, máximo, asimetría y curtosis dependen fuertemente del tipo de distribución estudiada independientemente del método de generación de variables empleado. La media, desviación estándar, CV (%) y los percentiles son medidas más estables para ambos métodos. En ambas figuras se ve que Hipercubo Latino genera muestras con menos dispersión en un número considerablemente menor de corridas.

Adicionalmente, se estudió para todas las distribuciones estudiadas el error cometido en la determinación de la media y la desviación estándar teórica (Tabla 1). En la Figura 4 se puede observar que el error cometido en la determinación de la media y la desviación estándar depende del tipo de distribución. Sin embargo, para todas las distribuciones se observa que ambos parámetros pueden llegar a determinarse con un error superior al 20 % cuando se utiliza Montecarlo si se realizan pocos tiros. Para ambos métodos los errores en la determinación de los parámetros teóricos fluctúan hasta llegar a una amplitud constante para algún número de tiros. Nuevamente se evidencia que con la técnica de Hipercubo Latino se obtiene una mejor muestra con una cantidad considerablemente menor de tiros. Para la determinación del promedio la amplitud media del error fluctúa entre (0.6 – 6)% para Montecarlo y entre (0.001 - 0.4)% cuando se utiliza Hipercubo Latino dependiendo de la distribución. En el caso de la desviación estándar, el mismo fluctúa entre el (1.5 – 4)% si se trata de Montecarlo y entre (0.005 – 0.6)% para Hipercubo Latino. Para el caso de la desviación estándar, si se tiene en cuenta la Lognormal, la misma puede variar alrededor de 10-15% para Montecarlo y 5-10% para Hipercubo Latino.

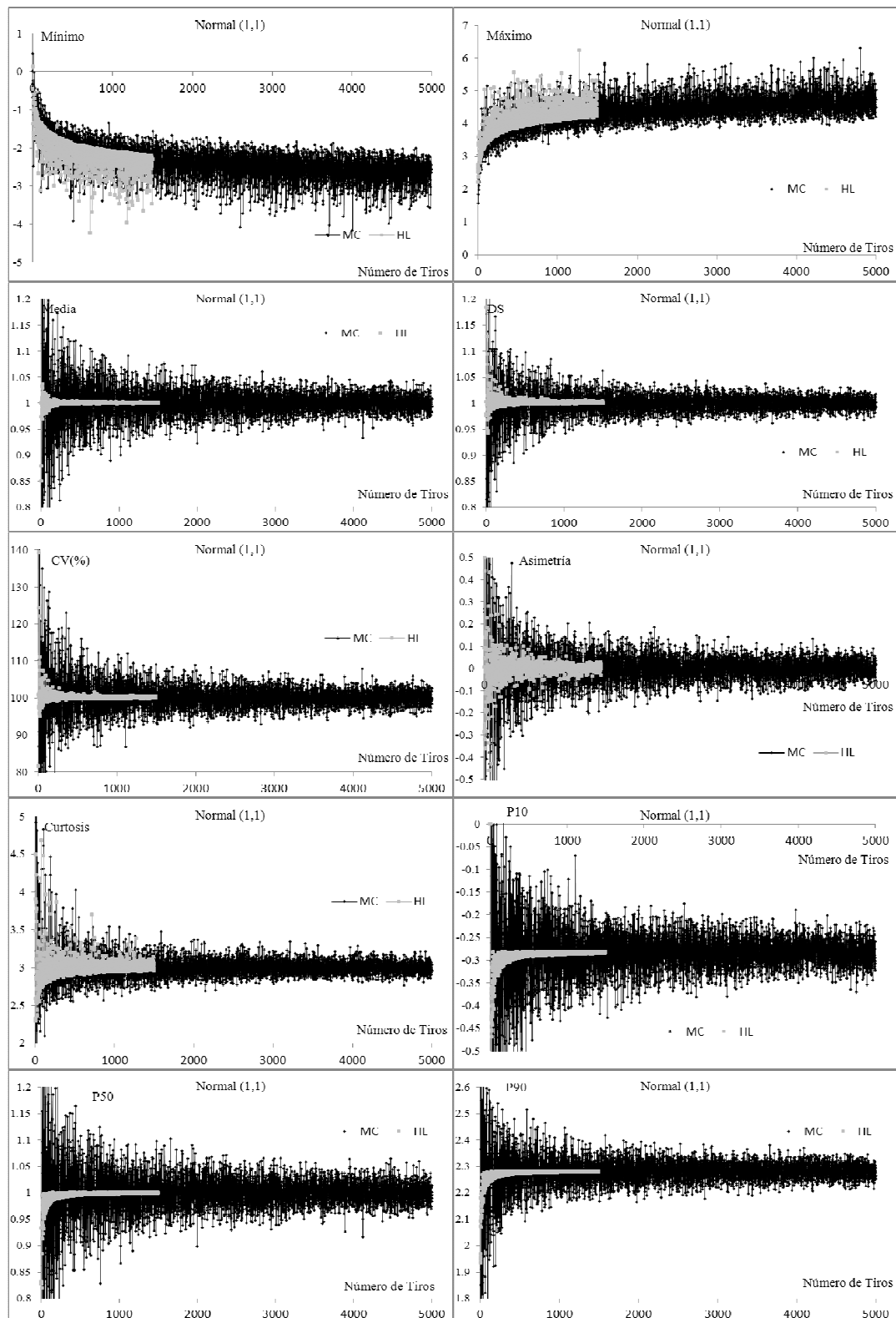


Figura 2. Estadísticos en función del número de tiros calculados a partir de datos generados con distribución Normal (1, 1) por Montecarlo e Hipercubo Latino.

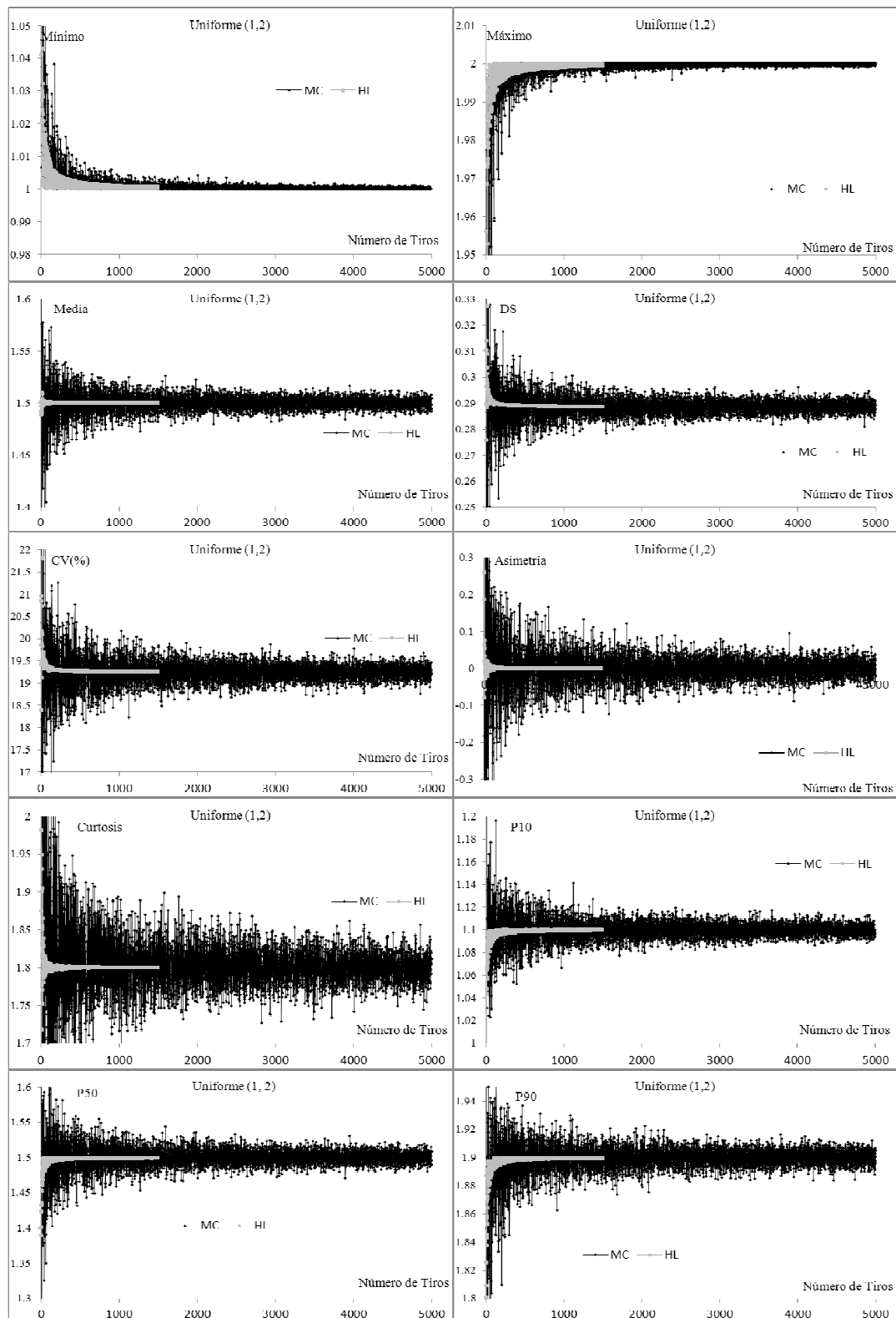


Figura 3. Estadísticos en función del número de tiros calculados a partir de datos generados con distribución Uniforme (1, 2) por Montecarlo e Hipercubo Latino.

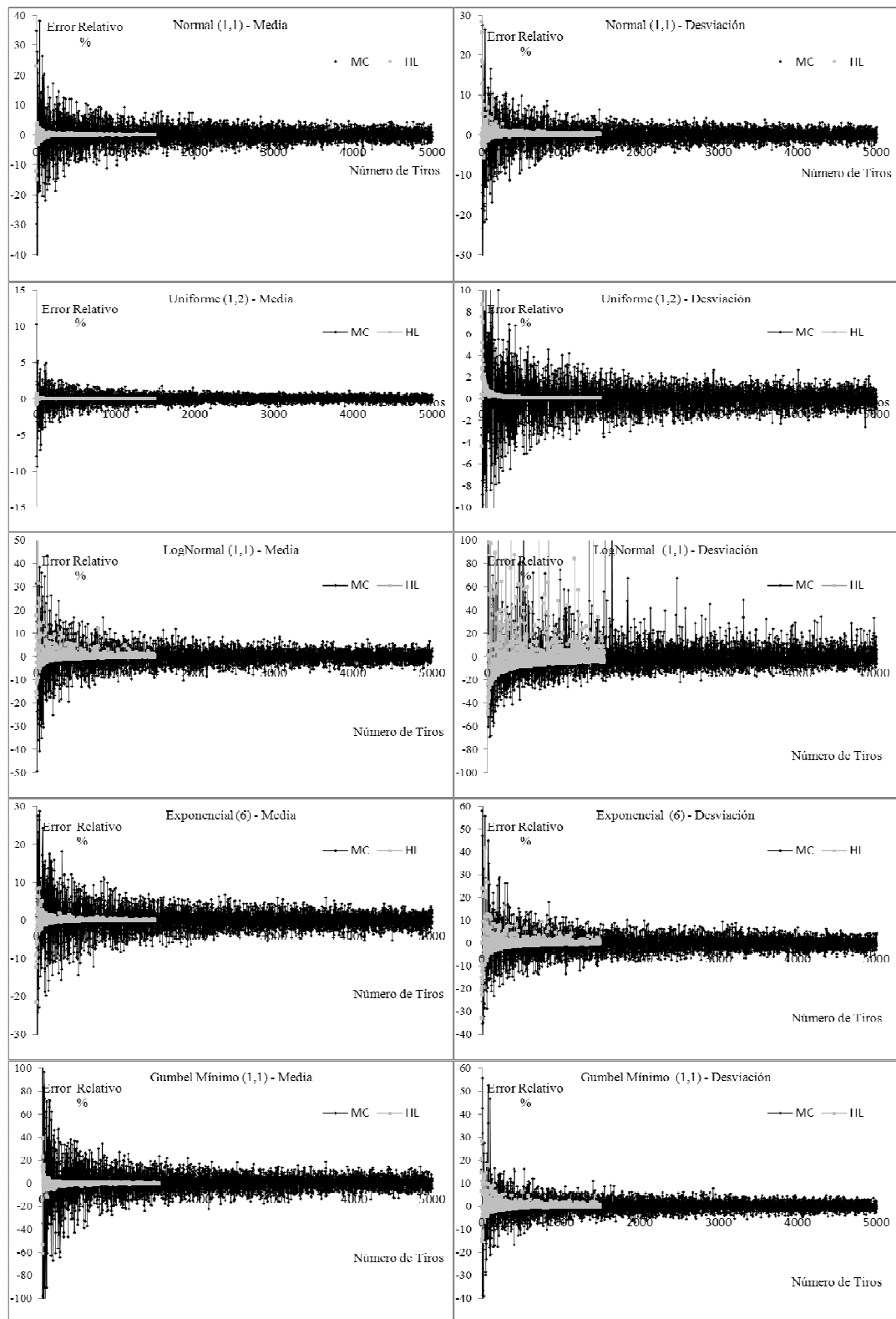


Figura 4. Error relativo porcentaje con respecto a la media y la desviación estándar teórica para las distribuciones estudiadas en función del número de tiros calculados a partir de datos generados por MC e HL.

Proyectos de recuperación secundaria

a) Five Spot monocapa

Se estudia un proyecto con cinco pozos, un inyector y cuatro productores dispuestos en un esquema Five Spot con una sola capa. Se definen las mallas de inyección como se muestra en la Figura 5.

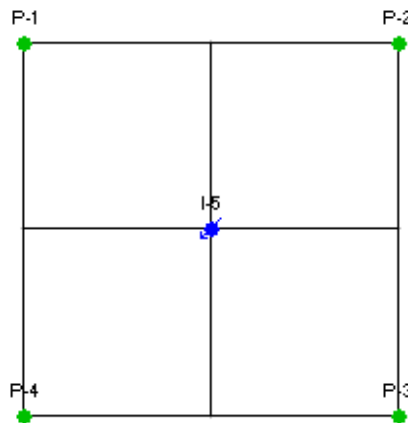


Figura 5. Esquema de las mallas de inyección utilizadas en el esquema Five Spot estudiado.

Se inyectan $30\text{m}^3/\text{d}$ por metro de espesor. La Tabla 3 muestra los datos de capa necesarios para alimentar los modelos de Buckley Leverett y Flujo Segregado. El volumen poral de cada elemento es calculado mediante los espesores y porosidades de los pozos de cada elemento de flujo y su área.

Sor (%)	20
Swi sec (%)	35
Swc (%)	30
Boi sec (m^3/m^3)	1.2
M	2.25
Krot	0.8
Kro exp	2
Krwt	0.3
Krw exp	2
Muo (cp)	3
Muw (cp)	0.5

Tabla 3. Datos de capas necesarios para alimentar el simulador de recuperación secundaria.

Se realizaron corridas reemplazando los valores asignados para cada variable por distribuciones de probabilidad Triangulares y Uniformes por simplicidad y para calcular los parámetros de la distribución los valores asignados previamente se variaron entre un 10 y un 15 %. Los mismos se informan en la Tabla 4.

(a) *Flujo Segregado*

Variable	Distribución	Min(-%)	Max(+%)
M	Triangular	15	15
Bo	Uniforme	15	15
Sor	Triangular	15	15
Swi	Triangular	10	10
Factor Vp	Triangular	10	10

(b) *Buckley Leverett*

Variable	Distribución	Min(-%)	Max(+%)
Bo	Uniforme	15	15
Sor	Triangular	15	15
Swc	Triangular	5	5
Swi	Triangular	10	10
Krot	Triangular	10	10
Krwt	Triangular	10	10
Kro exp	Uniforme	15	15
Krw exp	Uniforme	15	15
Muo	Triangular	15	15
Muw	Triangular	15	15
Factor Vp	Triangular	10	10

Tabla 4. (a) Distribuciones de probabilidad asignadas en el modelo de Flujo Segregado para un esquema Five Spot monocapa. (a) Distribuciones de probabilidad asignadas en el modelo de Buckley Leverett para un esquema Five Spot monocapa.

b) Proyecto Multipozo multicapa

Se estudia además un proyecto con 105 pozos y 53 capas con diferentes coeficientes de inyección y geometría de mallas con las características que se muestran en la Tabla 5. Para este proyecto se estudió el modelo de Flujo Segregado utilizando Hipercubo Latino.

Sor (%)	20
Swi sec (%)	55
Swc (%)	55
Boi sec (m3/m3)	1.2
M	7
Muo (cp)	1
Muw (cp)	1

Tabla 5. Datos necesarios para alimentar el modelo de Flujo Segregado para un proyecto de 105 pozos y 53 capas.

La Figura 5 muestra los tiempos de corrida en segundos en función del número de corridas realizadas con el simulador de recuperación secundaria para el proyecto Five Spot, comparando los modelos de Flujo Segregado y Buckley Leverret para ambos métodos de generación de variables

aleatorias y para el proyecto denominado multipozo - multicapa. Se puede observar cómo el tiempo de corrida aumenta a medida que se vuelve más complejo el modelo analítico de simulación y a medida que crece el número de pozos y capas; poniendo de manifiesto la importancia de estudiar el número de corridas necesarias para obtener una acumulada de petróleo final representativa.

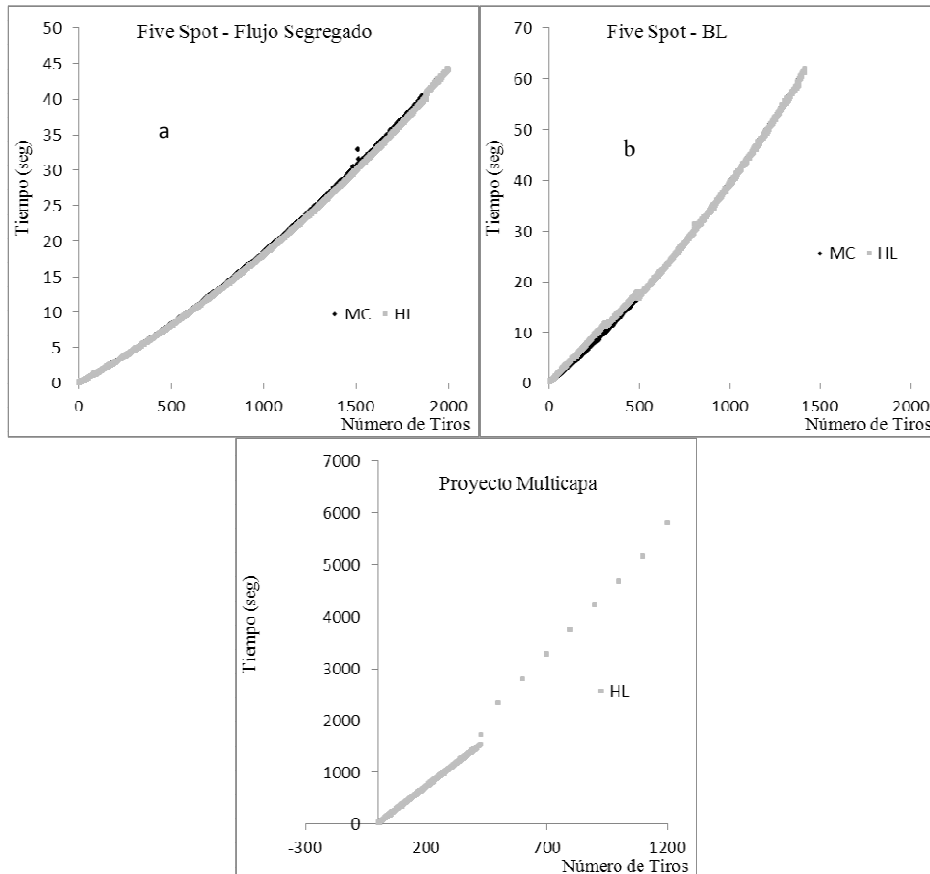


Figura 5. (a y b)Tiempo de corrida en función del número de tiros para un proyecto Five Spot monocapa calculados via MC e HL para dos modelos analíticos de cálculo: Flujo Segregado y Buckley Leverret. (c) Tiempo de corrida en función del número de tiros para el proyecto multipozo-multicapa calculados via HL con el modelo de Flujo Segregado.

Las Figuras 6 y 7 muestran la media y la desviación estándar en función del número de corridas obtenidas para la acumulada final de petróleo para el proyecto Five Spot monocapa para los modelos Flujo Segregado y Buckley Leverret respectivamente. Se observa que nuevamente que los estadísticos se estabilizan con una amplitud determinada a partir de algún número de tiros.

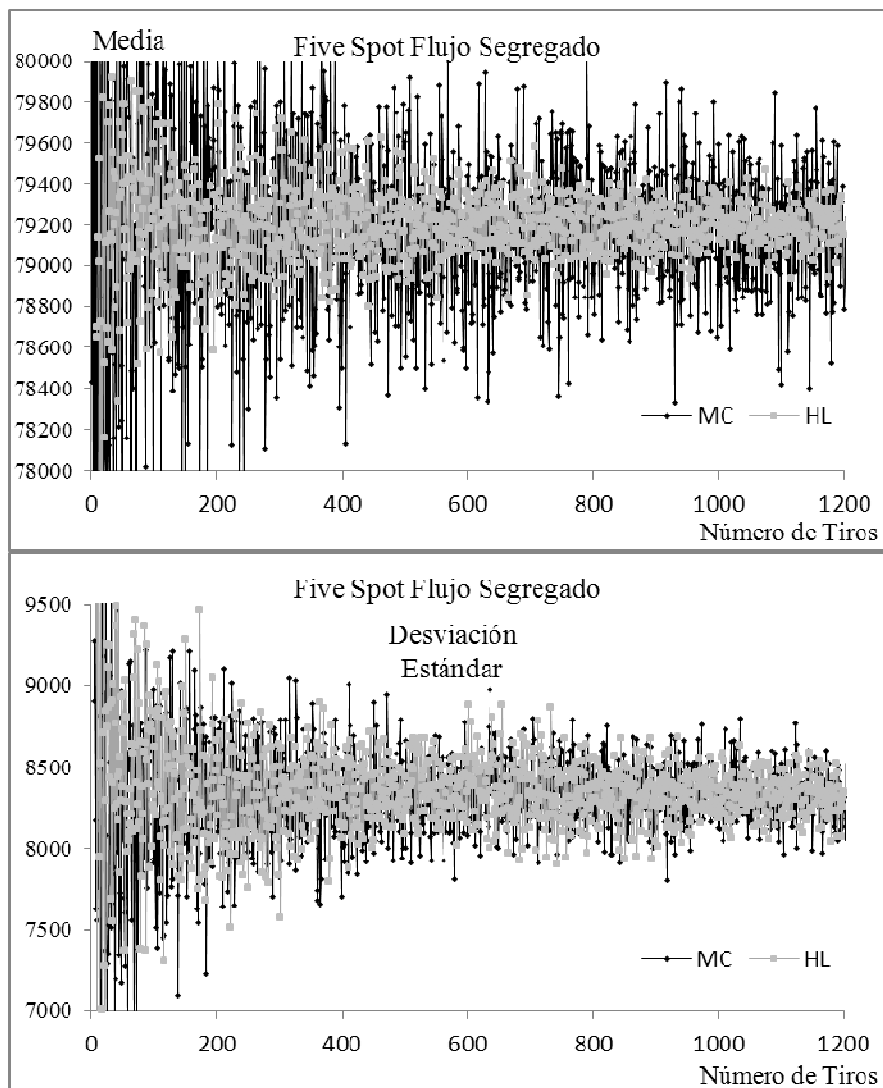


Figura 6. Media y Desviación estándar en función del número de tiros para 1200 corridas del proyecto Five Spot utilizando el modelo de Flujo Segregado.

En ambas figuras se pone de manifiesto que el promedio se determina con menor dispersión que la desviación estándar a tal punto que el método de generación de variables aleatorias no parece incidir en los resultados de desviación estándar de la acumulada final

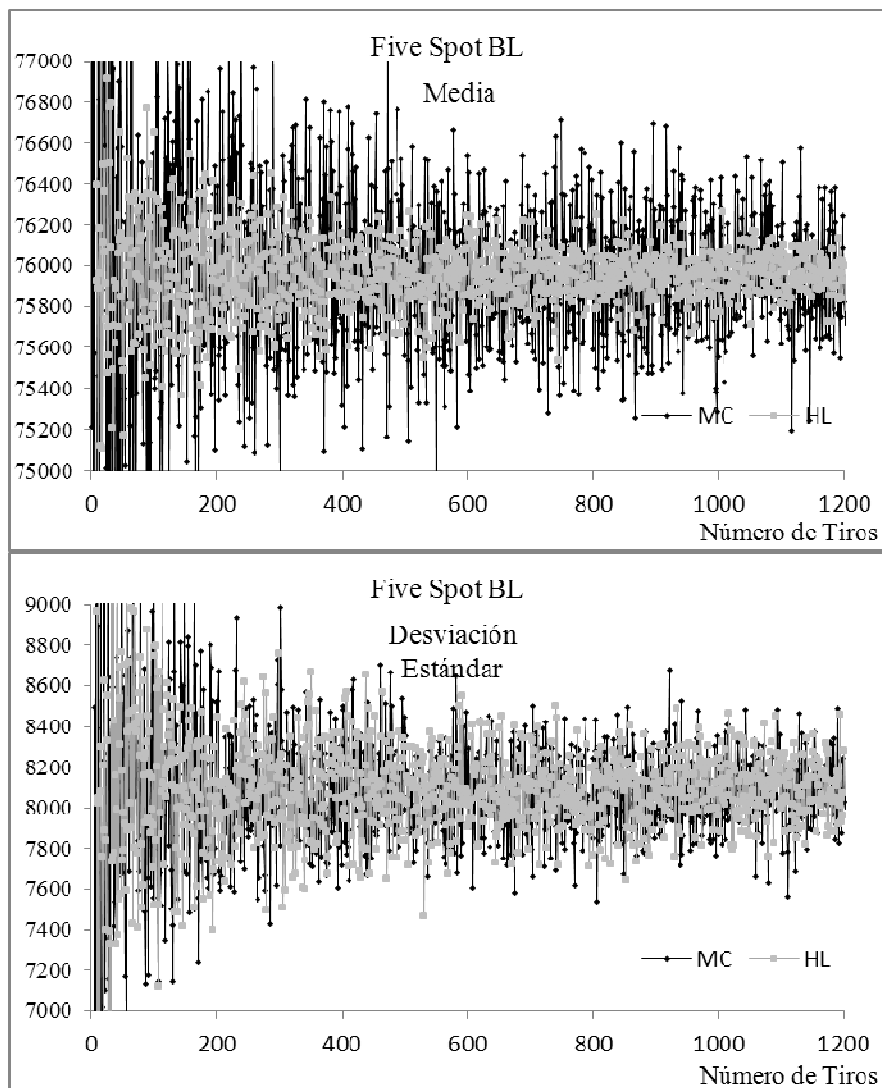


Figura 7. Media y Desviación estándar en función del número de tiros para 1200 corridas del proyecto Five Spot utilizando el modelo de Buckley Leverret.

Para cuantificar el número de corridas adecuadas para obtener una acumulada de petróleo final representativa se tomó como criterio el máximo error obtenido en la determinación del promedio y la desviación estándar para cada método de generación de variables aleatorias para el grupo de distribuciones teóricas estudiadas, es decir, 0.4 % para la determinación del promedio y 7.5% para la desviación estándar con Hipercubo Latino y 6% y 12 % para el promedio y desviación con Montecarlo respectivamente. Se tomó como valor “teórico” a determinar para calcular error el promedio de la media y la desviación estándar de las 1200 corridas realizadas para cada caso. Para determinar el número de corridas se tomó el criterio más estricto posible: el número de corridas a partir de la cuál cumplieran el criterio la media y la desviación estándar simultáneamente. La Tabla 7 muestra los resultados obtenidos. Si bien la tabla muestra los resultados obtenidos con el criterio más exigente, la técnica de Hipercubo Latino arroja buenos resultados para ambos métodos analíticos y ambos proyectos a partir de las 100 corridas..

Proyecto	Modelo analítico	Promedio	Desviación	Promedio	Desviación	Número Corridas	
		HL		MC		HL	MC
Five Spot	Flujo Segregado	0.4	5	6	10	707	184
	Buckley Leverret					745	114
Multipozo -Multicapa	Flujo Segregado			NA	NA	379	NA

Tabla 7. Resultados obtenidos para el número de corridas necesario para obtener una acumulada de petróleo final representativa con el error correspondiente a cada técnica de generación de variables aleatorias.

Conclusiones

En este trabajo se estudia la incidencia de la incertidumbre asociada a los parámetros del reservorio en la acumulada final en una simulación de recuperación secundaria comparando dos modelos analíticos de simulación: Flujo Segregado y Buckley Leverret. Además se estudian dos proyectos de distinta complejidad: un esquema Five Spot monocapa y un sistema multipozo – multicapa.

En este contexto, se utiliza un simulador de tipo Montecarlo para reemplazar los valores promedio asignados a las distintas propiedades petrofísicas por distribuciones de probabilidad.

Se realizó un estudio detallado de la generación por Montecarlo e Hipercubo Latino de distintas curvas teóricas de probabilidad para generar un criterio adecuado para discernir el número de corridas adecuadas para obtener una acumulada final del petróleo representativa y cuantificar cuál es el error que se comete con cada método.

Se pone de manifiesto la importancia de contar con una técnica mejorada de generación de variables aleatorias como Hipercubo Latino, ya que la misma permite obtener resultados representativos con un error en el promedio de 0.4% y en la desviación estándar del 5 % a partir de las 400 corridas aproximadamente para complejos proyectos multipozo – multicapa. Si bien Montecarlo permite llegar a su límite de precisión en un número menor de corridas, el error que se comete en la determinación del promedio de la acumulada final es de un orden de magnitud mayor.

Apéndice

I. Modelos analíticos de desplazamiento de petróleo por agua estudiados

Modelo de Flujo Segregado

Ref.: Dake, L. P. : Fundamentals of Reservoir Engineering. Amsterdam 1978 - Elsevier Publishing Company

La teoría de flujo segregado se basa en la hipótesis de que tanto por segregación vertical como por canalización de un fluido en otro, las fases se mueven simultáneamente en la dirección del gradiente de presiones en dos zonas diferenciadas: el agua se mueve en una zona de saturación residual petróleo y el petróleo en una de saturación de agua connata.

De este modo, el flujo es independiente de la forma de las curvas de permeabilidad relativa, y las permeabilidades efectivas ponderadas verticalmente son una función lineal de las permeabilidades terminales (a las saturaciones S_{wc} y $1 - S_{or}$).

Las ecuaciones que surgen de la hipótesis de flujo segregado para un reservorio horizontal son:

Antes del Breakthrough:

$$F_w = 0$$
$$N_{pd} = W_{id}$$

Después del Breakthrough:

$$F_w = \frac{M}{M - 1} * \left[1 - \sqrt{\frac{MOV}{W_{id} * M}} \right]$$
$$N_{pd} = \frac{1}{M - 1} * \left[2 * \sqrt{W_{id} * M * MOV} - W_{id} - MOV \right]$$

Donde :

F_w = Flujo fraccional de agua

N_{pd} = Volúmenes porales de petróleo acumulado

W_{id} = Volúmenes porales de agua inyectada

MOV = Saturación de petróleo móvil al inicio de la inyección

M = Relación de movilidades terminales

y

$$M = \frac{K_{rw_i} * \mu_o}{K_{ro_i} * \mu_w}$$

Modelo de Buckley-Leverett

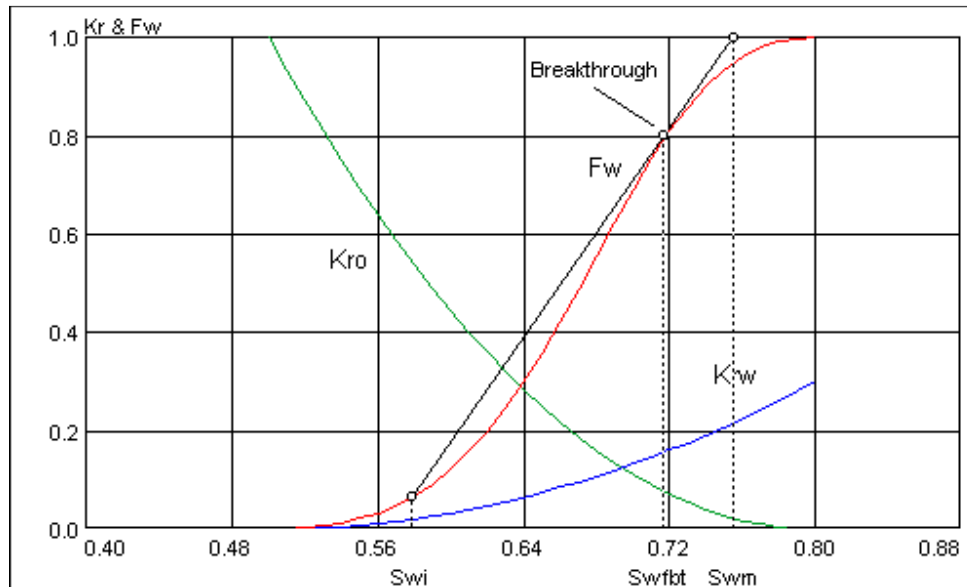
Ref: Willhite, G. Paul: Waterflooding. Third Printing - Richardson, TX 1986 - Society of Petroleum Engineers

El mecanismo descrito por las ecuaciones de Buckley y Leverett se basa en la hipótesis de que la acumulada inyectada en volúmenes porales (Wid) es la inversa de la derivada de la curva de flujo fraccional (F_w) respecto de la saturación de agua (S_w).

$$\frac{\partial F_w}{\partial S_w} = \frac{1}{Wid}$$

Antes del *breakthrough*, la producción de petróleo es igual a la inyección.

Luego del *breakthrough*, el sistema evalúa mensualmente el Wid en función de las inyecciones acumuladas del elemento y la inyección de cada pozo con sus coeficientes de distribución areal, y busca en la curva de F_w la saturación a la cual la derivada resulta igual a la inversa de Wid .



Saturación Normalizada

Para el cálculo se utiliza una saturación normalizada con la siguiente ecuación:

$$S_{wd} = \frac{(S_w - S_{wc})}{(1 - S_{or} - S_{wc})}$$

Permeabilidades Relativas

Las permeabilidades relativas se modelan mediante los valores terminales, K_{rot} y K_{rwt} , y los exponentes m y n mediante los cuales puede representarse la forma de las curvas con las siguientes ecuaciones:

$$K_{ro} = K_{rot} \times (1 - S_{wd})^m \quad K_{rw} = K_{rwt} \times S_{wd}^n$$

Curva de Flujo Fraccional

$$F_w = \frac{1}{1 + \frac{K_{ro} \times \mu_w}{K_{rw} \times \mu_o}} \quad F_w = \frac{S_{wd}^n}{S_{wd}^n + A \times (1 - S_{wd})^m}$$

Derivada de Fw

$$\frac{\partial F_w}{\partial S_w} = \frac{A \times B \times [n \times S_{wd}^{n-1} \times (1 - S_{wd})^m + m \times S_{wd}^n \times (1 - S_{wd})^{m-1}]}{[S_{wd}^n + A \times (1 - S_{wd})^m]^2}$$

$$A = \frac{K_{rot} \times \mu_w}{K_{rwt} \times \mu_o} \quad B = \frac{1}{1 - S_{or} - S_{wc}}$$

II. Lista de los parámetros de entrada para los cuales es posible asignar distribuciones de probabilidad según el modelo de cálculo

Flujo Segregado

- M (relación de movilidades terminales)
- Boi
- Sor
- Swi sec
- Sgi
- Factor del Vp

Buckley Leverett

- Boi
- Sor
- Swcrítica
- Swi sec
- Krot
- Krwt
- Kro exp
- Krw esp
- Muo
- Muw
- Factor del Vp

Para ambos modelos el factor del volumen poral se varía para toda la corrida y todos los demás parámetros se varían por capa o por región.

III. Distribuciones de probabilidad disponibles y estudiadas

Normal (μ, σ)

Esta distribución es simétrica alrededor de su parámetro μ y tiene forma de campana, por lo tanto, el centro de la campana (punto de simetría) es la media y la mediana de la distribución. Densidad (fdp)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Distribución (fdc)

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Parámetros: $-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$

Rango: $-\infty < x < \infty$

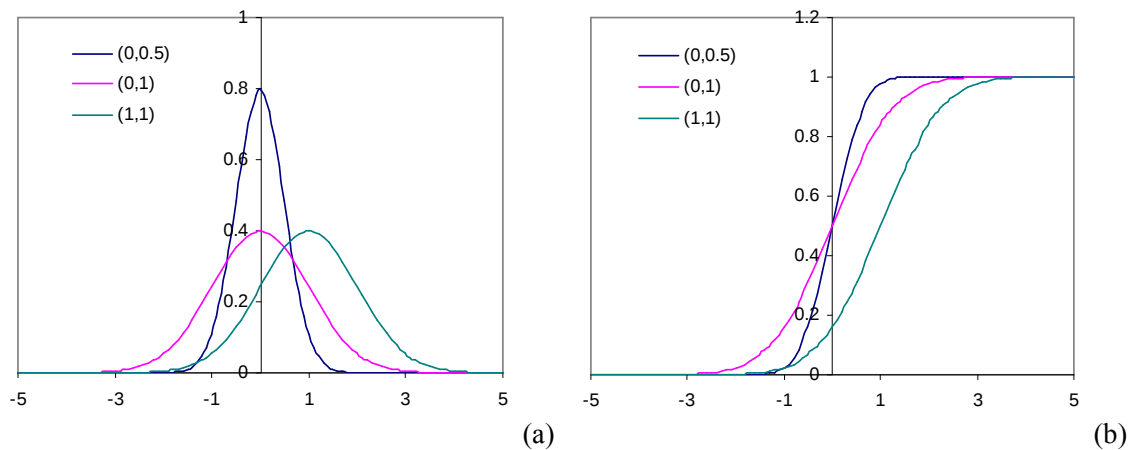


Figura 7 -A. (a) Densidad de probabilidades *Normal*, (b) Distribución de probabilidades *Normal*.

LogNormal (μ^*, σ^*)

Una variable aleatoria tiene distribución *LogNormal* si su logaritmo, en cualquier base, tiene distribución *Normal*. Por lo tanto, si x es una variable con distribución *LogNormal*, entonces, $y = \ln(x)$ tiene distribución *Normal*. Tiene dos parámetros: μ^* y σ^* . μ^* y σ^* no son la media y la desviación estándar de x , sino del $\ln(x)$, es decir, representan al promedio y la desviación estándar del logaritmo de los datos, respectivamente. El dominio de la distribución son los $x > 0$.

Densidad (fdp)

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu^*)^2}{2\sigma^{*2}}}$$

Distribución (fdc)

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{t \sigma^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(t) - \mu^*)^2}{2\sigma^{*2}}} dt$$

Parámetros

Relación con el promedio y la desviación estándar de la muestra:

$$\mu^* = \ln \left(\frac{\mu^2}{\sqrt{\sigma^2 + \mu^2}} \right), \sigma^* = \sqrt{\ln \left(\frac{\sigma^2}{\mu^2} + 1 \right)}$$

$\mu > 0, \sigma > 0$

Rango: $x > 0$

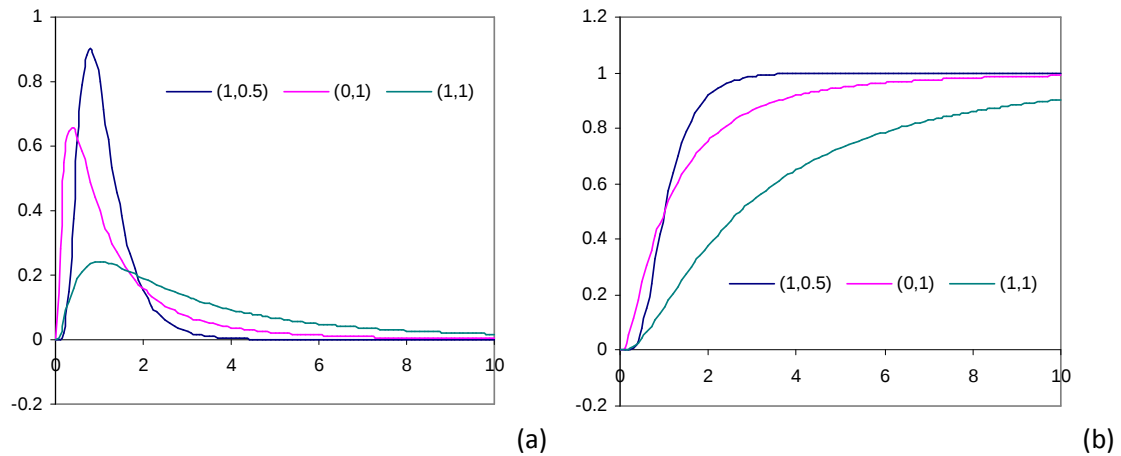


Figura 6 -A. (a) Densidad de probabilidades *LogNormal*, (b) Distribución de probabilidades *LogNormal*.

Triangular (mínimo, más probable, máximo)

Esta distribución suele utilizarse para realizar el modelado de una variable cuando no existen datos. En general, se recurre a la opinión de “expertos” para obtener los tres parámetros de la distribución: mínimo, más probable y máximo.

Densidad (fdp)

a = mínimo; b = valor más probable; c = máximo

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-a) / (b-a)(c-a) & \text{si } a \leq x \leq b \\ 2(c-x) / (c-a)(c-b) & \text{si } b < x \leq c \end{cases}$$

Distribución (fdc)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ (x-a)^2 / (b-a)(c-a) & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 - [(c-x)^2 / (c-a)(c-b)] & \text{si } b < x \leq c \\ 1 & \text{si } c < x \end{cases}$$

Parámetros: Mínimo $\leq$ Más probable $\leq$ Máximo, Mínimo $<$ Máximo

Rango: Mínimo $\leq x \leq$ Máximo

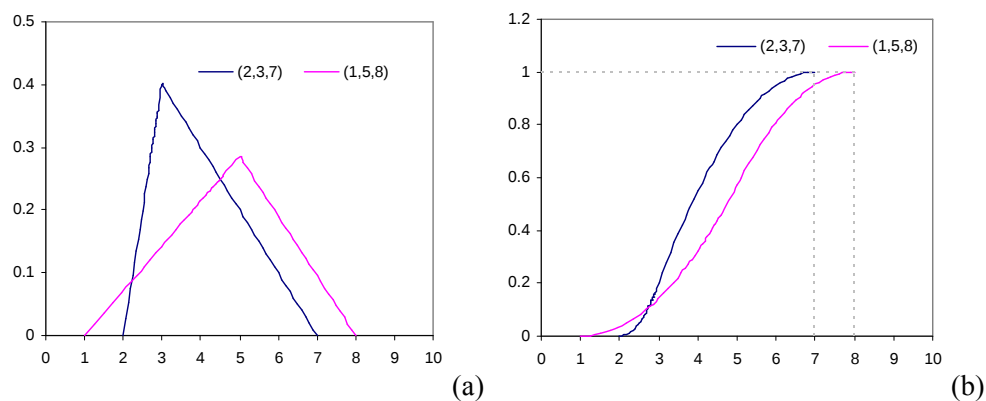


Figura 10 - A. (a) Densidad de probabilidades *Triangular*, (b) Distribución de probabilidades *Triangular*.

Uniforme (mínimo, máximo)

La densidad es constante sobre el intervalo entre a y b, con discontinuidades en los extremos, donde los mismos son finitos y reales. Es una distribución simétrica, y la mediana coincide con el punto de simetría. Se utiliza para cantidades que varían uniformemente entre dos valores (a y b), o cuando solamente se conoce el rango.

Densidad (fdp)

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

a = mínimo; b = máximo

Distribución (fdc)

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a}$$

Parámetros: a < b

Rango: a $\leq x \leq$ b

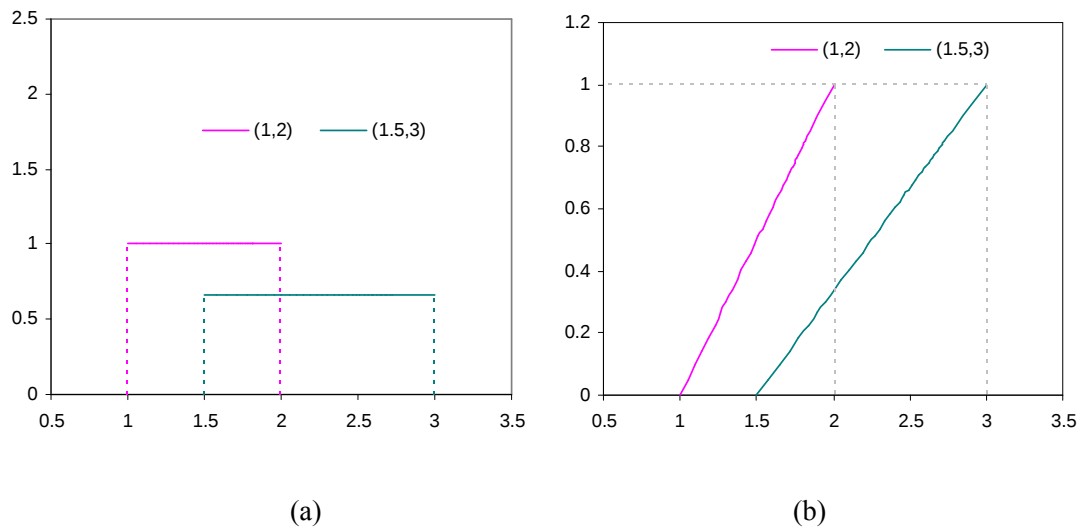


Figura 11 - A. (a) Densidad de probabilidades, (b) Distribución de probabilidades.

Exponencial (λ)

El parámetro λ , describe la tasa de fallas en un proceso continuo de *Poisson* (número de fallas por unidad de continuo) y es igual al recíproco de la distancia media entre fallas.

Densidad (fdp)

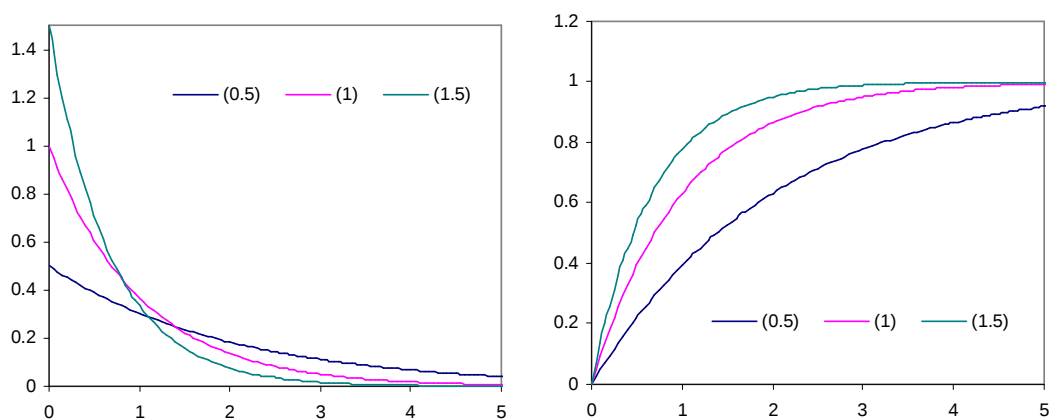
$$f(x) = \lambda e^{-x\lambda}$$

Distribución (fdc)

$$F(x) = 1 - e^{-x\lambda}$$

Parámetros: $\lambda > 0$

Rango: $x \geq 0$



(a) (b)
 Figura 2-A. (a) Densidad de probabilidades *Exponencial*. (b) Distribución de probabilidades *Exponencial*.

Gumbel del Mínimo (β, θ)

La función de densidad *Gumbel del Mínimo* tiene asimetría negativa.

Densidad (fdp)

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{\frac{x-\theta}{\beta}} e^{-e^{\frac{x-\theta}{\beta}}}$$

Distribución (fdc)

$$F(x) = 1 - e^{-e^{\frac{x-\theta}{\beta}}}$$

Parámetros: $\beta > 0$, $-\infty < \theta < \infty$ θ igual al modo.

Rango: $-\infty < x < \infty$

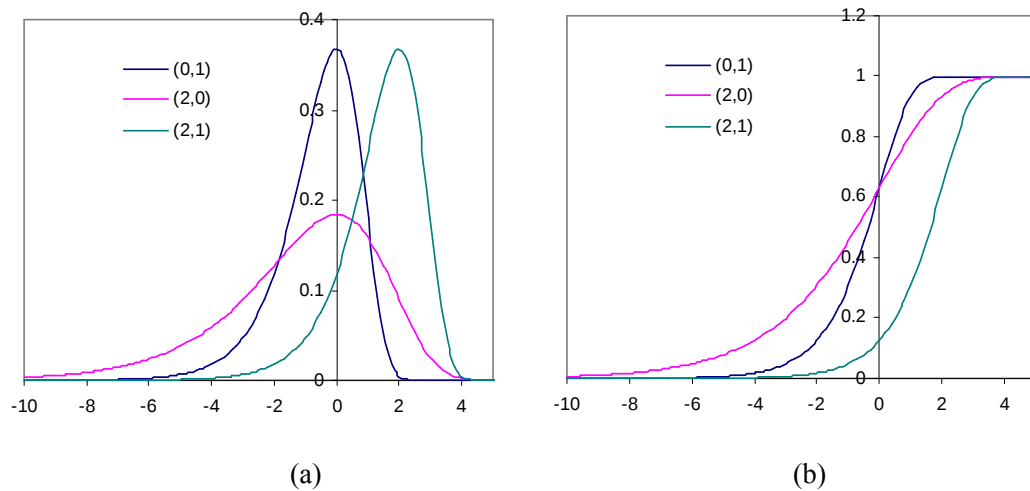


Figura 5 -A. (a) Densidad de probabilidades *Gumbel del Mínimo*, (b) Distribución de probabilidades *Gumbel del Mínimo*.

IV. Cálculo de los parámetros de las distribuciones de probabilidad a partir de los porcentajes asignados:

Distribución Normal

La distribución Normal tiene dos parámetros μ y σ . En este caso el valor del parámetro asignado durante la simulación determinística es asumido como el parámetro μ y se permite ingresar sólo un porcentaje de variabilidad que es supuesto como el P99 y P1.

Distribución Lognormal

En la distribución Lognormal se interpreta al valor ingresado como el P50 y se deja ingresar un parámetro Min(%) que es calculado como el P1.

Distribución Uniforme

Se ingresa un porcentaje mínimo y uno máximo a partir de los cuales se determinan los parámetros Máximo y Mínimo de la distribución.

Distribución Triangular

El parámetro ingresado durante la simulación es interpretado como el parámetro Más Probable de la distribución. Luego, el porcentaje mínimo y máximo ingresado se utiliza para calcular los parámetros Mínimo y Máximo de la distribución.

V. Métodos de generación de variables aleatorias

Montecarlo

El método de Montecarlo muestrea aleatoriamente las distribuciones de probabilidad. El método genera de forma totalmente aleatoria un número de valores asignados de la distribución que se pretende muestrear. Por lo tanto, el número de muestras generado puede caer en cualquier rango de la distribución. Pueden darse efectos de agrupamiento, sobre todo cuando el número de tiradas es bajo.

Hipercubo Latino

Esta técnica divide a la distribución que se pretende muestrear en tantos intervalos como tiradas se quieran hacer y luego se muestrea aleatoriamente cada intervalo. El muestreo de los intervalos es al azar y sin repetición. De esta manera se muestrea la distribución de manera más uniforme aunque el número de tiradas sea pequeño.