

VARIACIONES EN LA EFICIENCIA AREAL PARA DIFERENTES SATURACIONES INICIALES DE AGUA Y GAS

Álvaro Bugari¹

1: Aconcagua Energía. abugari@aconcaguaenergia.com, abugari@itba.edu.ar

Palabras clave: Proyectos de recuperación secundaria, Campos maduros, Flujo fraccional, Avance frontal, Eficiencia de desplazamiento, Saturación inicial de agua móvil, Saturación de gas al comienzo de la secundaria, Buckley y Leverett, Eficiencia areal, Relación de movilidades, Barrido de agua - Waterflooding

ABSTRACT

The classical treatment for sweep efficiency throughout the life of a waterflooding project consists of three different stages.

The first of which being the period between the beginning of water injection and *breakthrough* in nearby producers.

The second one, the period between *breakthrough* and the moment where sweep efficiency reaches 100% (full contact of the pattern surface).

And a third one, which comprises the period between the end of stage two and the abandonment of the project, during which the remaining efficiencies (displacement and vertical) continue increasing while sweep, of course, remains constant.

This paper aims at capturing the variations, in terms of time, values and calculations, that the sweep efficiency suffers as a consequence of initial free fluid saturations of either gas, water or both.

Although the possible combinations of three-phase homogeneous free fluid initial conditions are infinite, all of them can be fitted within the following six cases:

1. Water saturation = irreducible S_w & gas saturation = 0.
2. Water saturation > irreducible S_w & gas saturation = 0.
3. Water saturation > inflexion S_w & gas saturation = 0.
4. Water saturation = irreducible S_w & gas saturation > 0.
5. Water saturation > irreducible S_w & gas saturation > 0.
6. Water saturation > inflexion S_w & gas saturation > 0.

Being the inflexion water saturation the point beyond which the fractional flow curve switches from concave to convex.

This paper presents a consistent way of transforming the usual equations used for calculating areal sweep efficiency and mobility ratio, for each stage. In both cases, it will become clear that the equations commonly presented in waterflooding bibliography are, in fact, particular solutions of the larger family of equations derived in this article.

RESUMEN

La bibliografía clásica contempla tres etapas diferentes en lo que respecta a la estimación de la eficiencia areal a lo largo de un proyecto de recuperación secundaria.

La primera de ellas abarca el período transcurrido entre el inicio de la inyección y el momento del *breakthrough* (o irrupción del agua en el pozo productor).

La segunda etapa corresponde al intervalo entre el *breakthrough* y el momento en que el área contactada es igual al área contactable, es decir que la eficiencia areal alcanza un valor de 100%.

Y una tercera etapa, a lo largo de la cuál el barrido continúa incrementando sus eficiencias de desplazamiento y vertical, ya sin cambios en la componente areal.

La finalidad de este trabajo es capturar las modificaciones que sufren los cálculos de eficiencia areal para las diferentes etapas, cuando las condiciones de saturación al inicio de la secundaria difieren de aquellas estándar en la bibliografía, a saber: $S_{wi} = S_{wirr}$ y $S_{gi} = 0$.

Si bien la totalidad de condiciones iniciales es infinita, considerando un medio homogéneo y saturaciones originales uniformes en todo el medio poroso, las mismas pueden resumirse en 6 casos:

- | | | |
|---|---|------------------------|
| 1. Saturación de agua = saturación de agua irreductible | & | saturación de gas = 0. |
| 2. Saturación de agua > saturación de agua irreductible | & | saturación de gas = 0. |
| 3. Saturación de agua > saturación de agua de inflexión | & | saturación de gas = 0. |
| 4. Saturación de agua = saturación de agua irreductible | & | saturación de gas > 0. |
| 5. Saturación de agua > saturación de agua irreductible | & | saturación de gas > 0. |
| 6. Saturación de agua > saturación de agua de inflexión | & | saturación de gas > 0. |

Siendo la saturación de agua de inflexión el punto en el que la curva de flujo fraccional cambia de cóncava a convexa (en caso de no ser completamente una u otra).

Este trabajo presenta una forma consistente de transformar las ecuaciones utilizadas en el cálculo de eficiencia areal y la relación de movilidades a formas generalizadas. Para ambos casos, la matemática habitual resulta un caso particular, para las condiciones iniciales clásicas.

INTRODUCCIÓN

La eficiencia areal, E_A , se define como la superficie, en el plano horizontal, invadida por el banco de agua, desde el pozo inyector hasta su frente, respecto del área de la figura completa a barrer. El numerador comenzará, forzosamente, con un valor nulo, para un volumen de agua inyectado $W_i = 0$, e irá creciendo, de forma presuntamente irregular, hasta alcanzar un valor máximo cuando la totalidad del área haya sido barrida. El denominador, en cambio será un valor constante, dictado por la geometría del arreglo de pozos productores/inyectores utilizados.

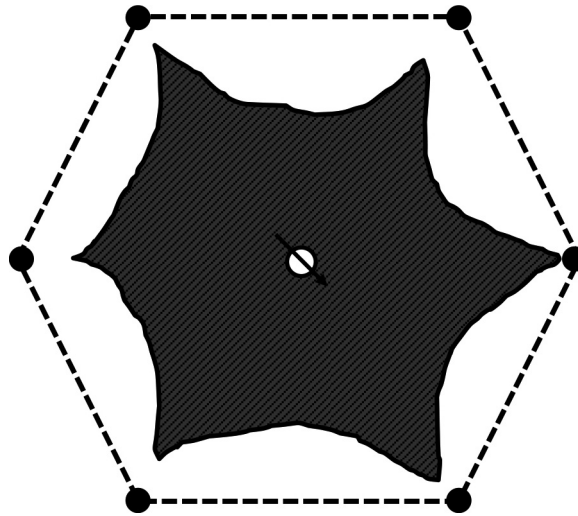


Figura 1. Banco de agua dentro de una celda de inyección.

Por ejemplo, para el caso de la Figura 1, la eficiencia areal se calcularía como la superficie rayada dividida por el valor de la superficie hexagonal.

Adoptando las teorías de Buckley, S. E., y Leverett, M. C., formuladas para las ecuaciones de flujo fraccional y avance frontal, y luego verificado experimentalmente por Craig, Jr. F. F. puede asumirse que la saturación de agua promedio en el banco de agua $\overline{S_w}$ permanece constante hasta la irrupción de la misma en los pozos productores, *breakthrough*, BT.

Dicha saturación puede estimarse, para una saturación inicial de agua, S_{wi} , igual a la saturación irreducible de agua S_{wirr} y una saturación de gas, $S_{gi} = 0$, como:

$$\overline{S_w} = S_{wf} + \frac{1 - f_w}{f'} \quad (1)$$

Donde S_{wf} es la saturación de agua en el frente de avance del banco de agua, f_w es el flujo fraccional de agua a dicha saturación y f' es la derivada de la curva de flujo fraccional en el mismo punto.

Por lo tanto, considerando un modelo bidimensional horizontal (dado que la componente vertical de eficiencia es contemplada dentro del cálculo de la eficiencia vertical), y entendiendo que toda el agua inyectada, previa al BT, invade el volumen poral VP, a saturación promedio constante, puede deducirse que la relación entre el incremento del volumen poral contactado VPc y W_i debe ser lineal, y cumplir la siguiente relación:

$$W_i = VP_c \cdot (\overline{S_w} - S_{wirr}) \quad (2)$$

$$W_i = VP \cdot E_A \cdot (\overline{S_w} - S_{wirr}) \quad (3)$$

Como el VP es constante la linealidad entre el agua inyectada y el incremento en el VPc se traduce a un incremento lineal de la E_A .

Esta relación será correcta hasta (e incluido) el BT. Desafortunadamente, el momento en que ocurre la irrupción no puede deducirse de forma analítica, es por eso que un gran número de autores han estimado el valor de la eficiencia areal al momento del *breakthrough* E_{ABT} a lo largo de los años de forma experimental y confeccionado correlaciones. El consenso, para las condiciones iniciales mencionadas, es que la E_{ABT} depende de una única variable que es la relación de movilidades M, definida también para el modelo de flujo difuso; es decir, considerando las propiedades de cada banco de fluido a la saturación promedio instantánea de cada uno de ellos.

La correlación propuesta por Craig se presenta en la siguiente figura:

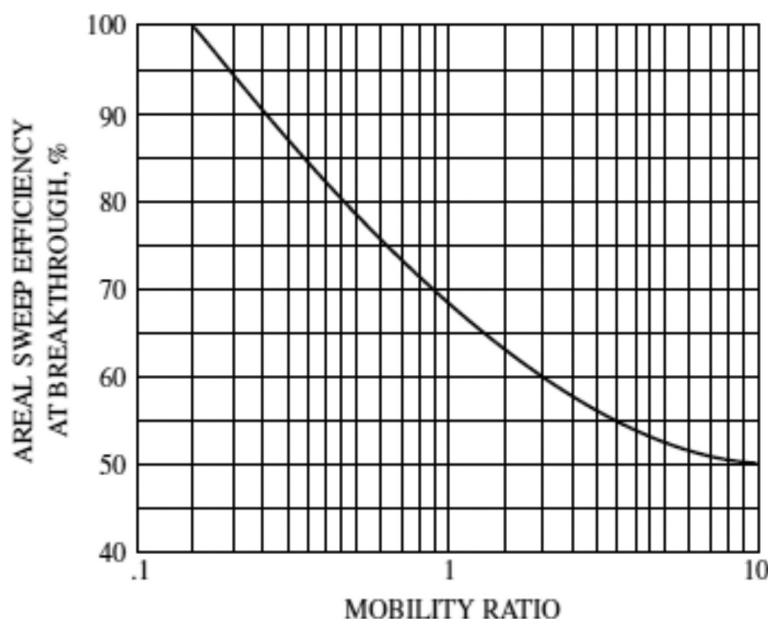


Figura 2. Eficiencia areal al *breakthrough*, Craig

Como así también la parametrización de esta, publicada en su libro, por Willhite, en 1986:

$$E_{ABT} = 0,54602036 + \frac{0,03170817}{M} + \frac{0,30222997}{e^M} - 0,00509693.M \quad (4)$$

Finalmente, posterior al BT, la eficiencia areal también se estima por medio de correlaciones. Esto es consecuencia de que, a partir de dicho momento, la linealidad entre la E_A y W_i desaparece dado que cada volumen adicional de agua inyectado ocasiona, parcialmente, tres efectos: aumenta el valor de la saturación promedio del banco de agua, incrementa el volumen poral contactado y se produce.

Como en el caso anterior, muchos autores correlacionaron las variaciones de la eficiencia areal, desde el *breakthrough* hasta contactar la totalidad del volumen poral. Por consistencia, se

utilizará la correlación propuesta por Craig, pero podría utilizarse cualquier otra:

$$E_A = E_{A_{BT}} + 0,2749 \cdot \ln \left(\frac{W_i}{W_{i_{BT}}} \right) \quad (5)$$

De esta manera, para las condiciones iniciales estándar, se puede estimar la eficiencia areal para toda la vida del proyecto de secundaria.

Este trabajo estudiará como se modifican las hipótesis, las etapas y los resultados obtenidos, en función de todas las posibles combinaciones iniciales de saturación de agua y gas, incorporando los desarrollos propuestos por el autor en el artículo presentado previamente, donde se abordó este tópico enfocado particularmente en la eficiencia de desplazamiento.

DESARROLLO ANALÍTICO

Como fue desarrollado en el trabajo “Variaciones en la eficiencia de desplazamiento para diferentes saturaciones iniciales de agua y gas”, Bugari (2019), las saturaciones iniciales, en la zona virgen, de petróleo, gas y agua, serán fundamentales para la estimación de distancias y distribuciones de los fluidos en cada banco. El procedimiento para calcular los valores de interés es el mismo, indistinto de la configuración inicial, y es el siguiente:

- Se construye la curva de flujo fraccional. De existir efectos gravitatorios como consecuencia de gran buzamiento o diferencia entre las densidades de los fluidos, se los introduce.
- Se señala, de existir, el punto de inflexión de fw y se estima la saturación en que este ocurre, Sw_{INF} .
- Se ubica el punto ($Sw_i; 0$) que será la saturación inicial de agua en la zona virgen.
- Se traza un gradiente desde ese punto con pendiente positiva $1/S_{gi}$ hasta cortar la curva de fw. Si la recta gradiente y la curva de flujo fraccional no se tocan, habrá que revisar los datos, pues tal situación no es posible, salvo que no exista petróleo móvil. Cabe recordar que la máxima saturación de gas posible es $S_{gi} = 1 - Sw_i - Sor$.
- En la intersección entre $1/S_{gi}$ y la curva de fw se hallan los valores de la saturación de agua del banco de petróleo, Sw_{BP} , y flujo fraccional del banco de petróleo, fw_{BP} , que serán la condición del banco de petróleo.
- Desde ese punto se traza la tangente a la curva de fw y se hallan los valores de Sw_f y fw_f . Si ese punto se encuentra en la porción convexa de la curva, se tendrá $Sw_{BP} = Sw_f$ y $fw_{BP} = fw_f$.
- Con la extrapolación de dicha tangente hasta el valor de $fw = 1$ se halla $\overline{Sw}$.

Luego se procede de la forma habitual para el modelo de flujo difuso, con la excepción de que las acumuladas de cada fluido se verán modificadas en función de las condiciones de los bancos de petróleo y agua.

En la siguiente figura se muestra una potencial configuración resultante del procedimiento

descrito, a modo ilustrativo, pero que en efecto dependerá de las condiciones iniciales:

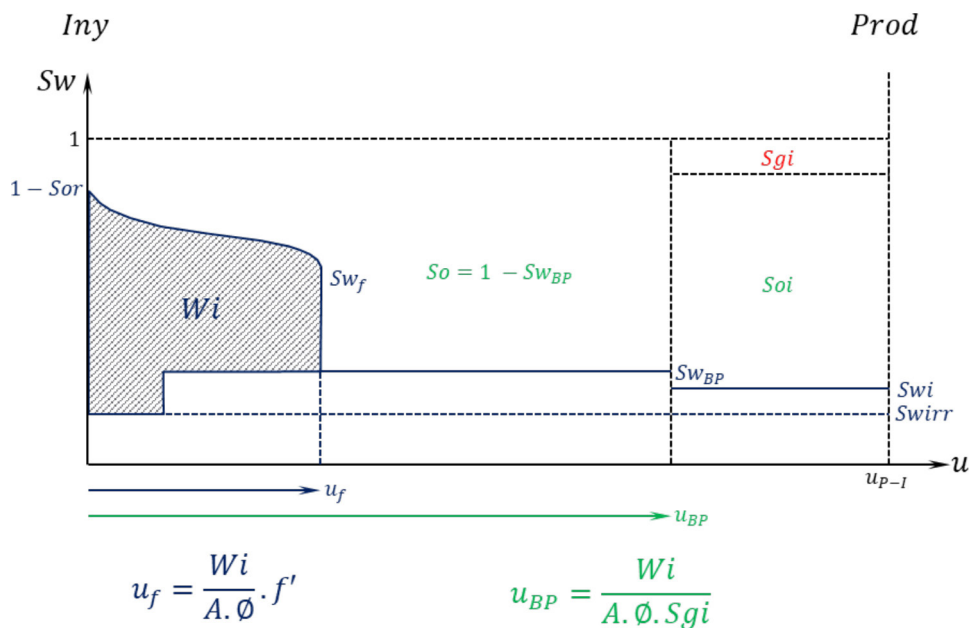


Figura 3. bancos de agua, petróleo y zona virgen para un caso de $Sw_i > Sw_{irr}$ y $S_{gi} > 0$.

Como se demostró en dicho artículo, el agua inyectada cumple, en casos como el presentado, dos acciones: una porción del agua inyectada desplaza petróleo móvil, y otra porción desplaza agua móvil inicial de reservorio.

Dividiendo el volumen de agua inyectada en estas dos fracciones denominadas, respectivamente, W_{i1} y W_{i2} , y reemplazando el perfil de saturaciones del banco de agua por un único valor de saturación de agua promedio, se obtiene el siguiente esquema:

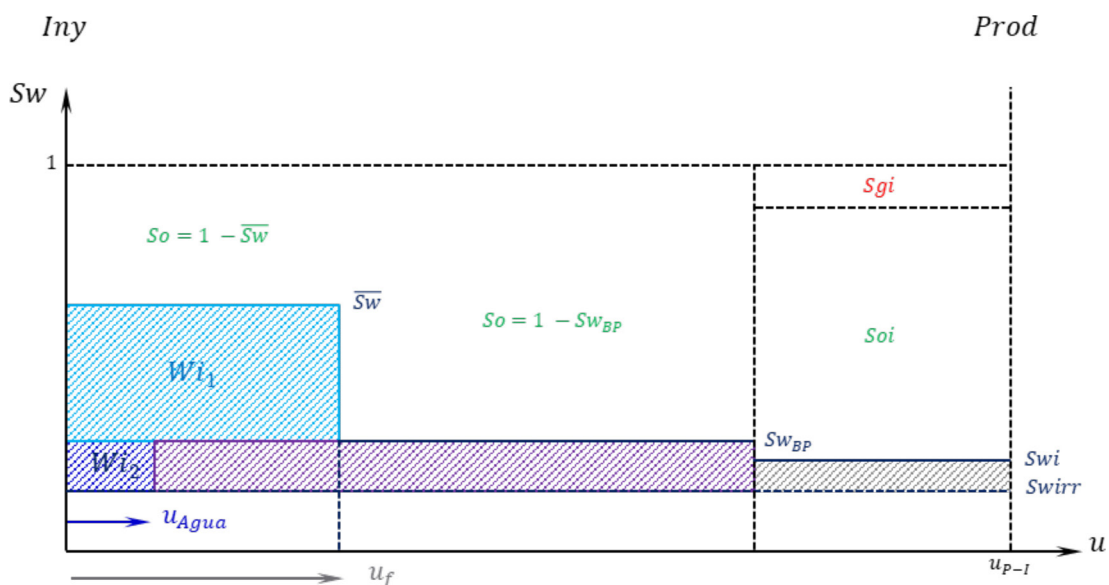


Figura 4. Fracciones del agua inyectada que desplazan petróleo (W_{i1}) y agua de reservorio (W_{i2}).

El “agua inyectada que empuja petróleo” es entonces:

$$Wi_1 = A \cdot \phi \cdot u_f \cdot (\overline{Sw} - Sw_{BP}) \quad (6)$$

Y recordando que:

$$u_f = \frac{Wi}{A \cdot \phi} \cdot f'_f \quad (7)$$

Reemplazando (7) en (6):

$$Wi_1 = A \cdot \phi \cdot \frac{Wi}{A \cdot \phi} \cdot f'_f \cdot (\overline{Sw} - Sw_{BP}) = Wi \cdot f'_f \cdot (\overline{Sw} - Sw_{BP}) \quad (8)$$

Sabiendo que, para cualquier configuración de condiciones iniciales, f' se calcula de la siguiente manera:

$$f'_f = \frac{1 - fw_{BP}}{\overline{Sw} - Sw_{BP}} \quad (9)$$

Reemplazando (9) en (8):

$$Wi_1 = Wi \cdot \frac{1 - fw_{BP}}{\overline{Sw} - Sw_{BP}} \cdot (\overline{Sw} - Sw_{BP}) = Wi \cdot (1 - fw_{BP}) \quad (10)$$

Como se observa en la figura, cualquier modificación en la saturación de agua inicial, por encima de Sw_{irr} impacta positivamente en la saturación de agua del banco de petróleo. Este efecto se acentúa aún más con la presencia de gas. Por lo tanto, dadas las condiciones iniciales de Sw y Sg , podrá estimarse la Sw_{BP} y, a continuación, la condición del banco de agua.

Cálculo de la Eficiencia Areal – desde el comienzo del barrido hasta el *breakthrough*:

Como se mencionó previamente, el cálculo de la eficiencia areal previa al *breakthrough*, presentaba una linealidad respecto del agua inyectada ya que la única variable que se modificaba con su aumento era el volumen poral contactado, igual al volumen poral multiplicado por la eficiencia areal.

Cuando $Sw_{BP} = Sw_{irr}$ (con o sin gas inicial), el comportamiento del banco de agua puede representarse, en corte, saturación vs distancia, y en planta, de la siguiente manera:

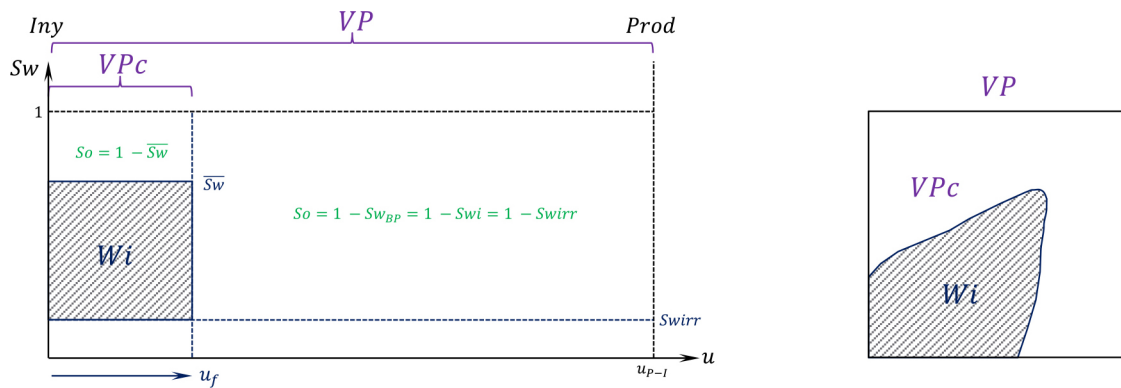


Figura 5. Esquema de banco de agua para $Sw_i = Sw_{irr}$ en corte (izquierda) y en planta (derecha)

De esta configuración, y el concepto mencionado en el párrafo previo se desprende la ecuación (3) que, en texto, podría resumirse como: “el volumen de agua inyectada es igual a un cambio discreto de saturación, de Sw_{irr} a $\overline{Sw}$, en el volumen poral contactado.

Pero si la saturación de agua en el banco de petróleo es superior a Sw_{irr} , entonces el mismo esquema se verá como la figura a continuación:

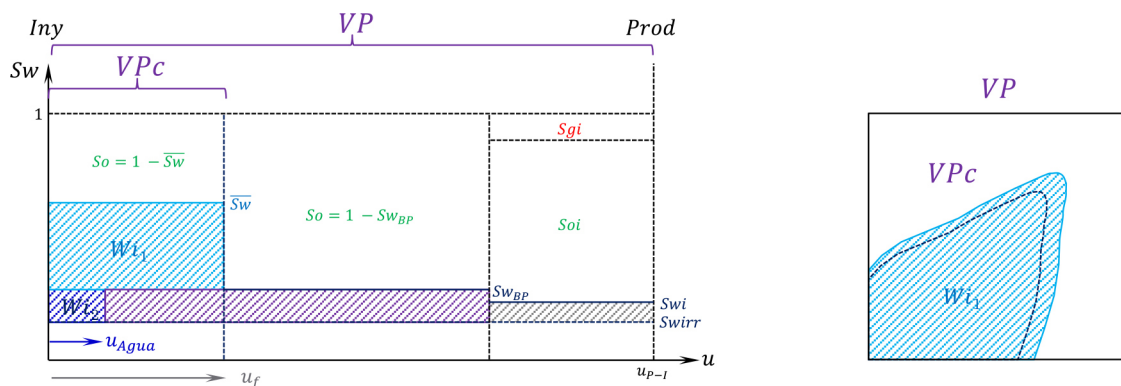


Figura 6. Esquema de banco de agua para $Sw_{bp} > Sw_{irr}$ en corte (izquierda) y en planta (derecha).

En este caso, el banco de agua tiene una nueva distancia entre el inyector y el frente (en la imagen esta distancia es superior, pero podría ser inferior, o incluso igual), y la porción del agua inyectada que define el contorno del banco de agua se redujo, de Wi a $Wi1$.

La ecuación (3), planteada ahora para un caso general (siendo el caso previo una posible solución, pero no la única) se convierte en:

$$E_A = \frac{Wi_1}{VP. (\overline{S_W} - S_{W_{RP}})} \quad (11)$$

E introduciendo (8) en (11)

$$E_A = \frac{Wi \cdot f'_f \cdot (\overline{Sw} - Sw_{BP})}{VP \cdot (\overline{Sw} - Sw_{BP})}$$

$$E_A = \frac{Wi \cdot f'_f}{VP} \quad (12)$$

Se arriba a una versión general de la ecuación de eficiencia areal pre-*breakthrough* para cualquier configuración de saturaciones iniciales.

Cálculo de la Eficiencia Areal – en el *breakthrough* y posterior al mismo:

Hallar la eficiencia areal al momento del *breakthrough* se vuelve más complejo porque, como se explicó previamente, ese valor se obtiene por medio de correlaciones, cuyo único dato de entrada es la relación de movilidades, M.

Pero la relación de movilidades, M, es, por definición, el cociente entre la movilidad del agua en el banco de agua en condición de saturación promedio respecto de la movilidad del petróleo en el banco de petróleo en condición de saturación de agua irreducible.

$$M = \frac{k_{rw@Sw} \cdot \mu_o}{k_{ro@Swirr} \cdot \mu_w} \quad (13)$$

Dada esta situación, surgen dos alternativas: rehacer todas las correlaciones de eficiencia areal al *breakthrough* para todas las posibles combinaciones de M y Sw_{BP} ; o, de ser posible, encontrar una forma de modelar un caso teórico, sin agua inicial móvil, que se comporte exactamente igual a cualquier caso real deseado. De lograrse esto último, podrían utilizarse las correlaciones existentes sin necesidad de reconstruirlas.

Afortunadamente, la segunda alternativa resultó factible y su desarrollo se presenta a continuación.

Propóngase entonces un ejemplo de un caso real como el siguiente:

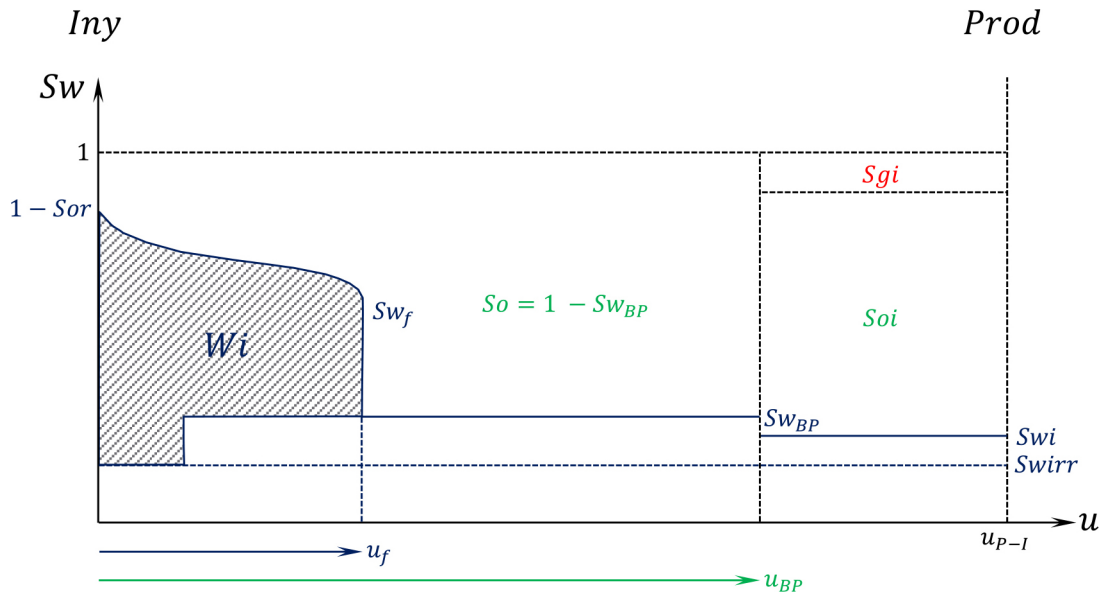


Figura 7. Caso real propuesto con $Sw_{BP} > Sw_{irr}$.

El objetivo es encontrar un caso teórico cuyo banco de agua, particularmente la porción de agua que desplaza petróleo, tenga un comportamiento, micro y macroscópico, idéntico al real:

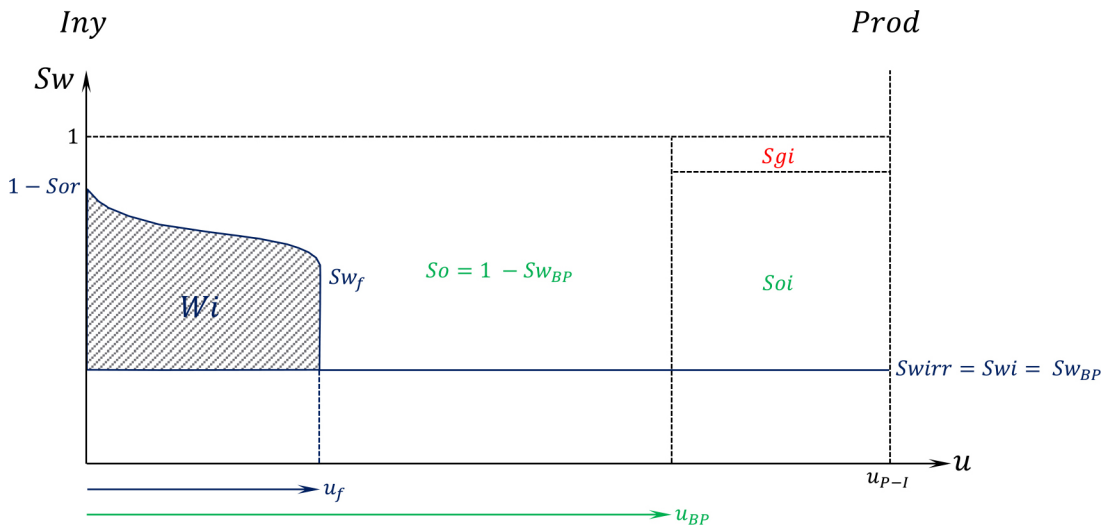


Figura 8. Caso teórico propuesto con $Sw_{BP}^* = Sw_{irr}^*$

Para diferenciar entre ambos, se utilizará un asterisco para referirse a las variables del caso teórico. Para que los comportamientos de ambos sean análogos, debe cumplirse que

$$Sw_f = Sw_f^*$$

$$\overline{Sw} = \overline{Sw}^*$$

$$1 - Sor = 1 - Sor^*$$

En el banco de petróleo se tendrá:

$$S_{WBP} = S_{WBP}^* = S_{wi}^* = S_{wirr}^*$$

Y la fracción de agua que desplaza petróleo en el caso real, será toda el agua inyectada del teórico:

$$W_{i1} = W_{i}^*$$

Por lo tanto:

$$W_{i1} \cdot (1 - f_{WBP}) = W_{i}^*$$

Respecto de la posición del frente, si los bancos de agua son idénticos entonces:

$$u_f = u_f^*$$

Y reemplazando ambas por la ecuación de avance frontal:

$$\begin{aligned} \frac{W_{i1} \cdot f'_f}{A \cdot \emptyset} &= \frac{W_{i}^* \cdot f'_f}{A \cdot \emptyset} \\ \frac{W_{i1} \cdot f'_f}{A \cdot \emptyset} &= \frac{W_{i1} \cdot (1 - f_{WBP}) \cdot f'_f}{A \cdot \emptyset} \\ \frac{f'_f}{(1 - f_{WBP})} &= f'_f \end{aligned}$$

Esta igualdad puede calcularse de igual forma para cualquier saturación entre el frente y 1 – Sor, por lo que se deduce que la derivada de la curva de flujo fraccional del caso teórico es la del caso real dividida por una constante.

La curva de flujo fraccional entonces debe cambiar de la presentada en la figura 9, a la de la figura 10.

Donde cumpliendo todas las condiciones mencionadas, y para todas las saturaciones entre S_{WBP} y 1-Sor:

$$f_w^* = \frac{f_w - f_{WBP}}{1 - f_{WBP}}$$

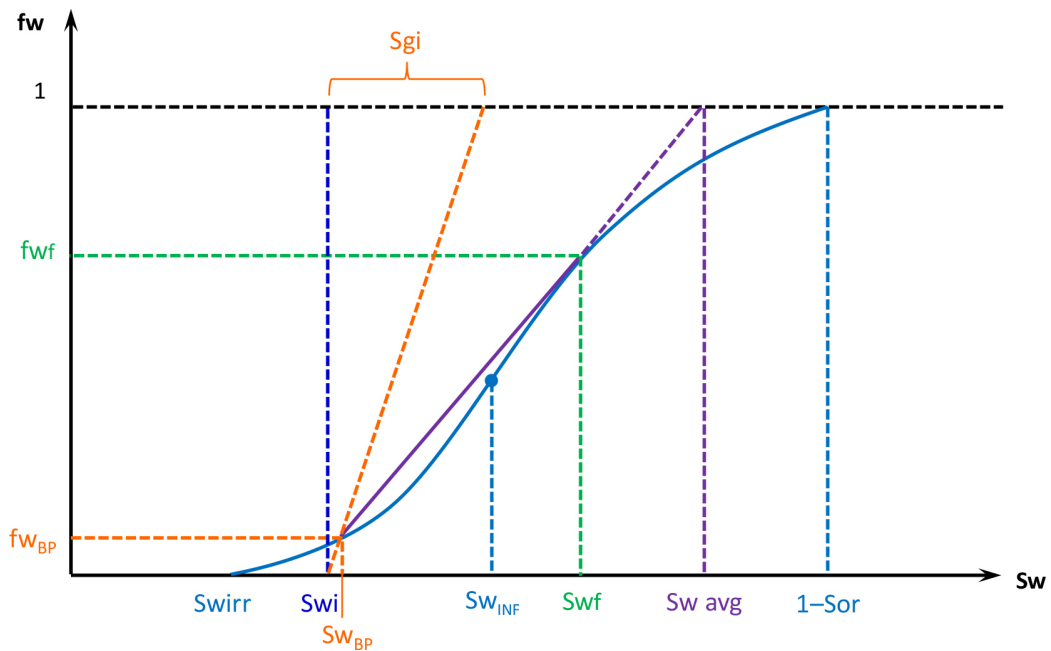


Figura 9. Curva de flujo fraccional del caso real, con $Sw_i > Sw_{irr}$ y $S_{gi} > 0$

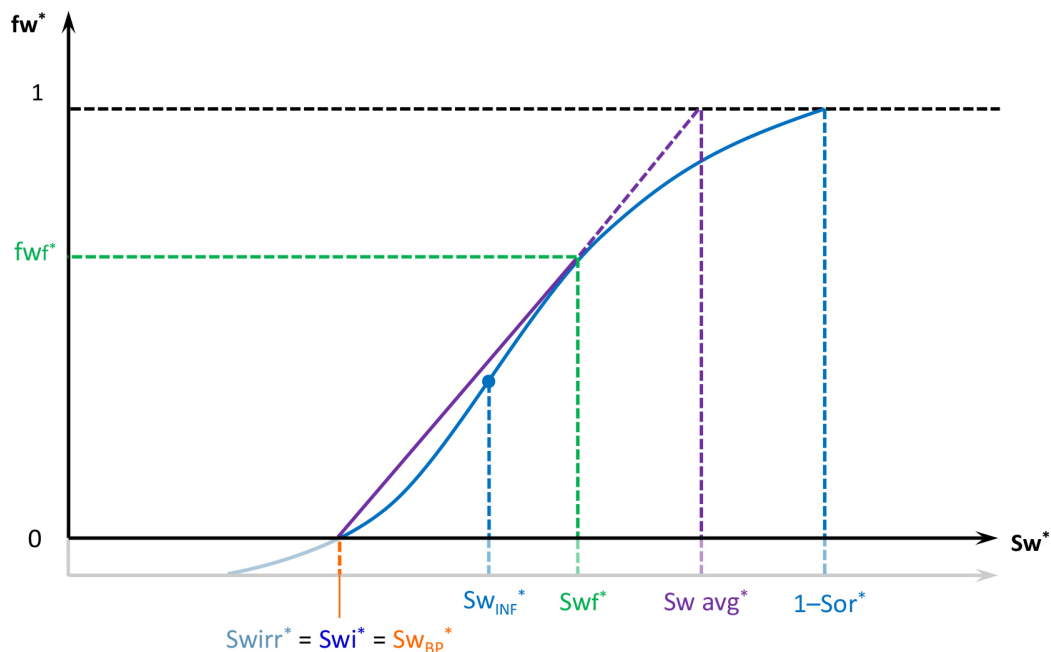


Figura 10. Curva de flujo fraccional del caso teórico, con $Sw_i^* = Sw_{irr}^*$ y $S_{gi}^* = 0$

De esta manera se respeta la forma de la curva de flujo fraccional y su derivada (corregida por $1 - fw_{BP}$), el perfil de saturaciones teórico tiene idéntica forma al real y ambos bancos, de ambos casos, tienen iguales saturaciones. La única diferencia es que la saturación del banco de petróleo del caso teórico es igual a su saturación de agua irreducible, permaneciendo como única fase móvil el petróleo.

Para poder hallar el M, sin embargo, son necesarias las curvas de permeabilidad relativa de cada fluido para todo el espectro de saturaciones posibles. Por lo tanto, se continúa operando para llegar a ellas:

$$f_w^* \cdot (1 - f_{wBP}) = f_w - f_{wBP}$$

Y abriendo fw y fw*:

$$\frac{1 - f_{wBP}}{1 + \frac{k_o^*}{k_w^*} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}} = \frac{1}{1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}} - f_{wBP}$$

$$\frac{1 - f_{wBP}}{1 + \frac{k_o^*}{k_w^*} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}} = \frac{1 - f_{wBP} \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right)}{1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}}$$

$$\frac{(1 - f_{wBP}) \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right)}{1 - f_{wBP} \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right)} = 1 + \frac{k_o^*}{k_w^*} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}$$

$$\frac{k_o^*}{k_w^*} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} = \frac{(1 - f_{wBP}) \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right)}{1 - f_{wBP} \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right)} - 1$$

$$\frac{k_o^*}{k_w^*} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} = \frac{(1 - f_{wBP}) \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right) - 1 + f_{wBP} \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right)}{1 - f_{wBP} \cdot \left(1 + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right)}$$

$$\frac{k_o^*}{k_w^*} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} = \frac{1 - f_{wBP} + \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} - \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} \cdot f_{wBP} - 1 + f_{wBP} + f_{wBP} \cdot \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}}{1 - f_{wBP} - f_{wBP} \cdot \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}}$$

$$\frac{k_o^*}{k_w^*} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} = \frac{\frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}}{1 - f_{wBP} - f_{wBP} \cdot \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}}$$

$$\frac{k_w^*}{k_o^*} = \frac{1 - f_{wBP} - f_{wBP} \cdot \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}}{\frac{k_o}{k_w}}$$

Recordando que $f_o = 1 - f_w$:

$$\frac{k_w^*}{k_o^*} = \left(1 - f_{wBP} - f_{wBP} \cdot \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o}\right) \cdot \frac{k_w}{k_o}$$

$$\frac{k_w^*}{k_o^*} = \frac{k_w}{k_o} \cdot f_{oBP} - \frac{\mu_w}{\mu_o} \cdot f_{wBP}$$

Es decir que el cociente $\frac{k_w}{k_o}$ del caso teórico depende del real y determinadas constantes:

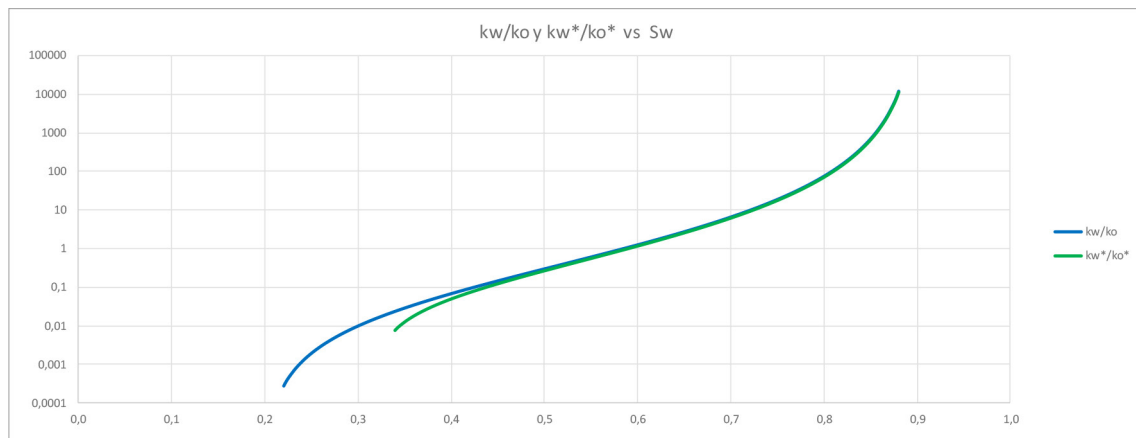


Figura 11. Curvas de k_w/k_o vs S_w para el caso real y el caso teórico (nota: no se alcanzan los valores de S_{wirr} , S_{wirr}^* y 1-Sor por estar el gráfico en escala semilogarítmica)

Se continúa operando para independizar las curvas de permeabilidad relativas entre sí. Recordando otra forma de despejar la ecuación de flujo fraccional:

$$f_w = \frac{k_w \cdot \mu_o}{k_w \cdot \mu_o + k_o \cdot \mu_w} ; f_o = \frac{k_o \cdot \mu_w}{k_w \cdot \mu_o + k_o \cdot \mu_w}$$

$$f_{wBP} = \frac{k_{wBP} \cdot \mu_o}{k_{wBP} \cdot \mu_o + k_{oBP} \cdot \mu_w} ; f_{oBP} = \frac{k_{oBP} \cdot \mu_w}{k_{wBP} \cdot \mu_o + k_{oBP} \cdot \mu_w}$$

Y retomando la ecuación anterior:

$$\frac{k_w^*}{k_o^*} = \frac{k_w}{k_o} \cdot f_{oBP} - \frac{\mu_w}{\mu_o} \cdot f_{wBP}$$

$$\frac{k_w^*}{k_o^*} = \frac{k_w}{k_o} \cdot \frac{k_{oBP} \cdot \mu_w}{k_{wBP} \cdot \mu_o + k_{oBP} \cdot \mu_w} - \frac{\mu_w}{\mu_o} \cdot \frac{k_{wBP} \cdot \mu_o}{k_{wBP} \cdot \mu_o + k_{oBP} \cdot \mu_w} \cdot \frac{k_o}{k_o}$$

$$\frac{k_w^*}{k_o^*} = \frac{k_w \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w - k_o \cdot k_{wBP} \cdot \mu_w}{k_o \cdot (k_{wBP} \cdot \mu_o + k_{oBP} \cdot \mu_w)}$$

$$\frac{k_w^*}{k_o^*} = \frac{\mu_w \cdot (k_w \cdot k_{oBP} - k_o \cdot k_{wBP})}{k_o \cdot (k_{wBP} \cdot \mu_o + k_{oBP} \cdot \mu_w)}$$

Puede realizarse una primera apertura entre las curvas:

$$\begin{cases} k_o^* = k_o \cdot (k_{wBP} \cdot \mu_o + k_{oBP} \cdot \mu_w) \\ k_w^* = \mu_w \cdot (k_w \cdot k_{oBP} - k_o \cdot k_{wBP}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_o^* = k_o \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w + k_o \cdot k_{wBP} \cdot \mu_o \\ k_w^* = k_w \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w - k_o \cdot k_{wBP} \cdot \mu_w \end{cases}$$

primer término / segundo término

Nótese que las curvas de permeabilidad relativa de cada fluido del caso teórico serían las del caso real afectadas por un factor de corrección constante (primer término) y corregidas, a lo largo de todo su rango, por un factor que depende de la curva de k_o real.

Si bien las curvas de permeabilidad relativa pueden estar adimensionalizadas respecto de cualquier valor (máximo valor de permeabilidad efectiva del fluido no mojanete; permeabilidad absoluta a Sw_{irr} ; etc.), el procedimiento utilizado en este trabajo sería equivalente. Para el análisis posterior se utilizó la K_r máxima del fluido no mojanete.

Asúmase que se trata del petróleo (aunque podría operarse de igual forma con una roca oleófila), entonces este valor sería $k_o^* @Sw_{irr}$.

Y recordando que $Sw_{irr}^* = Sw_{BP}$ entonces:

$$k_o^* @Sw_{irr}^* = k_{oBP} \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{oBP} \cdot k_{wBP} \cdot \mu_o$$

$$k_o^* @Sw_{irr}^* = k_{oBP} \cdot (k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)$$

Adimensionalizando las curvas obtenidas respecto de ese valor:

$$\begin{cases} k_o^* = \frac{k_o \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w + k_o \cdot k_{wBP} \cdot \mu_o}{k_{oBP} \cdot (k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} \\ k_w^* = \frac{k_w \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w - k_o \cdot k_{wBP} \cdot \mu_w}{k_{oBP} \cdot (k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_o^* = \frac{k_o \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w}{k_{oBP} \cdot (k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} + \frac{k_o \cdot k_{wBP} \cdot \mu_o}{k_{oBP} \cdot (k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} \\ k_w^* = \frac{k_w \cdot k_{oBP} \cdot \mu_w}{k_{oBP} \cdot (k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} - \frac{k_o \cdot k_{wBP} \cdot \mu_w}{k_{oBP} \cdot (k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_o^* = \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot \frac{k_{oBP} \cdot \mu_w}{(k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} + \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot \frac{k_{wBP} \cdot \mu_o}{(k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} \\ k_w^* = \frac{k_w}{k_{oBP}} \cdot \frac{k_{oBP} \cdot \mu_w}{(k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} - \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot \frac{k_{wBP} \cdot \mu_o}{(k_{oBP} \cdot \mu_w + k_{wBP} \cdot \mu_o)} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_o^* = \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot f_{oBP} + \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot f_{wBP} \\ k_w^* = \frac{k_w}{k_{oBP}} \cdot f_{oBP} - \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot f_{wBP} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_o^* = \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot (f_{oBP} + f_{wBP}) \\ k_w^* = \frac{k_w}{k_{oBP}} \cdot f_{oBP} - \frac{k_o}{k_{oBP}} \cdot f_{wBP} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} \cdot \frac{k_w}{k_w} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_o^* = \frac{k_o}{k_{oBP}} \\ k_w^* = \frac{k_w}{k_{oBP}} \cdot \left(f_{oBP} - \frac{k_o}{k_w} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} \cdot f_{wBP} \right) \end{array} \right.$$

Siendo este el resultado esperable, ya que cortando las curvas de permeabilidad relativa en Sw_{BP} se observa lo siguiente:

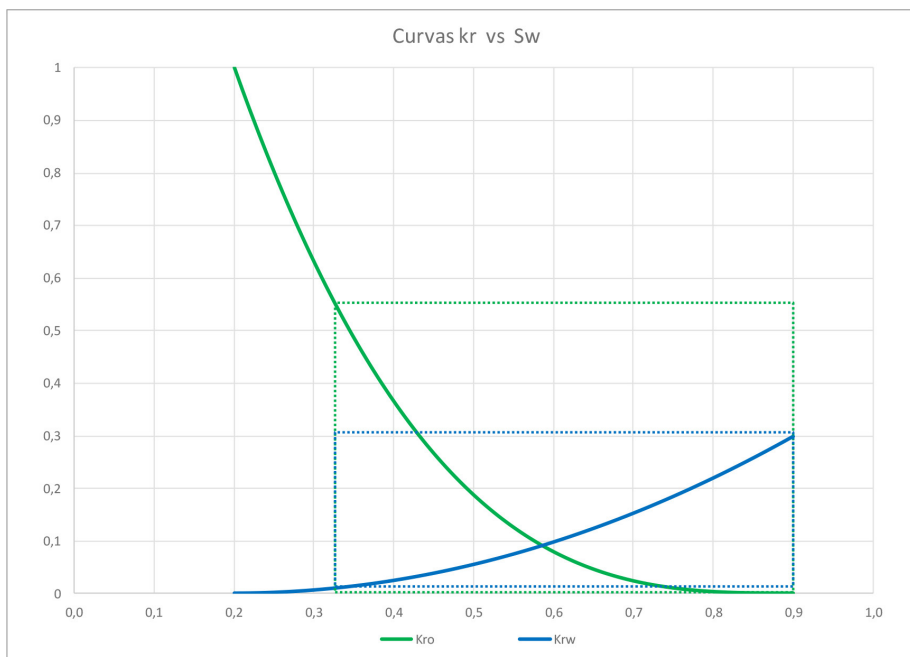


Figura 12. Curvas de permeabilidad relativa al agua y al petróleo vs Sw del caso real; y (en los recuadros) las porciones de ellas que forman parte del caso teórico.

Puede observarse en la figura previa que la curva del fluido no mojante recorre todos los valores desde un valor máximo hasta cero; y que, cuando se la adimensionalice, respecto de su propio valor máximo, su recorrido nuevamente será entre cero y uno.

La curva del fluido mojante, en cambio, comienza, en saturación mínima, con un valor distinto de cero y crece hasta su valor máximo.

Esta curva requerirá un desplazamiento (para comenzar en cero) además de la adimensionalización; ambos dependientes del comportamiento del fluido no mojante, por eso su fórmula resulta algo más compleja.

Resueltas las ecuaciones y adimensionalizadas, las nuevas kr^* resultan:

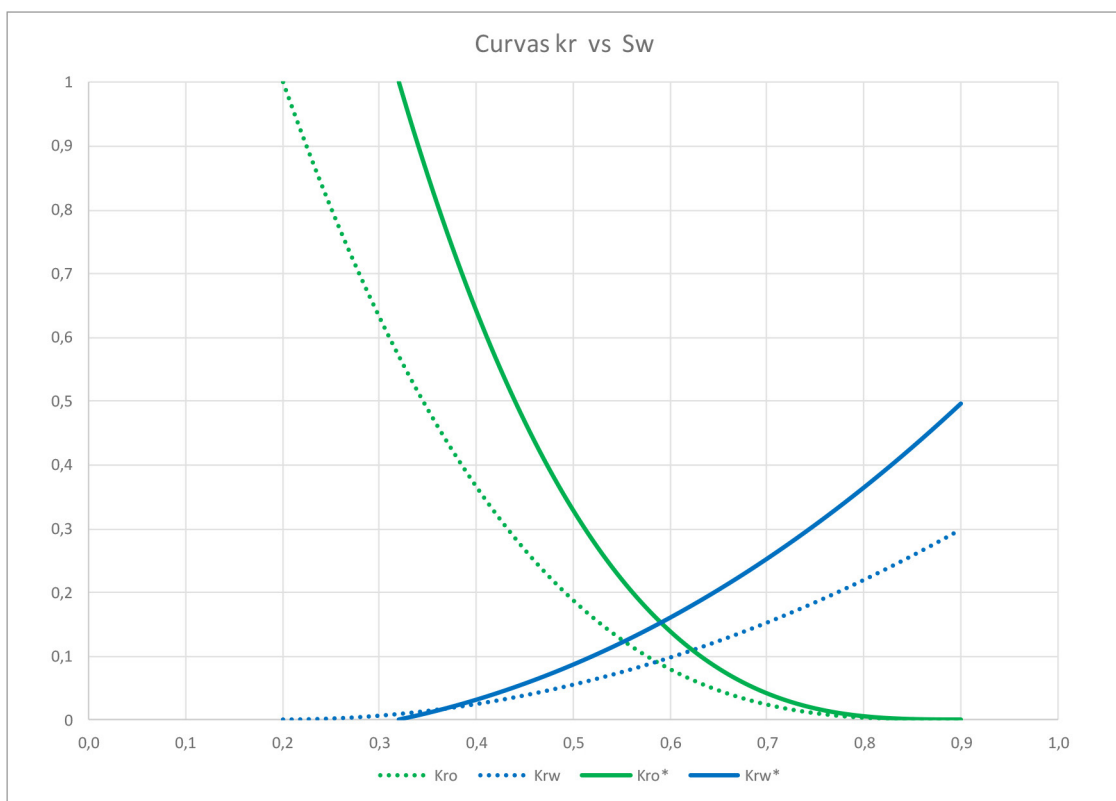


Figura 13. Curvas de permeabilidad relativa vs Sw de los casos real (líneas punteadas) y teórico (líneas llenas).

Queda, de esta forma, completamente definido el caso teórico.

Resta calcular la E_{ABT}^* , pero habiendo postulado al comienzo del análisis la analogía perfecta entre el comportamiento de avance entre el caso teórico y el real, entonces, forzosamente:

$$E_{ABT}^* = E_{ABT}$$

Y sabiendo que E_{ABT} depende solo de la relación de movilidades, entonces:

$$M^* = M_{corregida}$$

Siendo $M_{corregida}$ desconocido. Por tratarse de la relación de movilidades real que se produce cuando hay agua inicial móvil en el banco de petróleo.

Afortunadamente, M^* no tiene ese inconveniente, ya que el caso teórico no contempla agua inicial móvil, y la forma de calcularla es la habitual:

$$M^* = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{k_w^* @ \overline{S_w}}{k_o^* @ S_{wirr}^*}$$

Y si se deseara dejar planteadas todas las ecuaciones respecto de variables del caso real, entonces:

$$M^* = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{k_w @ \overline{S_w}}{k_o_{BP}} \cdot \left(f_{o_{BP}} - \frac{k_o @ \overline{S_w}}{k_w @ \overline{S_w}} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_o} \cdot f_{w_{BP}} \right)$$

$$M^* = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{k_w @ \overline{S_w}}{k_o_{BP}} \cdot f_{o_{BP}} - \frac{k_o @ \overline{S_w}}{k_o_{BP}} \cdot f_{w_{BP}}$$

Arribando a la forma final de M con variables reales:

$$M_{corregida} = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{k_w @ \overline{S_w}}{k_o_{BP}} \cdot f_{o_{BP}} - \frac{k_o @ \overline{S_w}}{k_o_{BP}} \cdot f_{w_{BP}}$$

A modo de ejemplo, se presenta en el siguiente gráfico el valor de $M_{corregida}$ para un set arbitrario de curvas de permeabilidad relativa (y viscosidades):

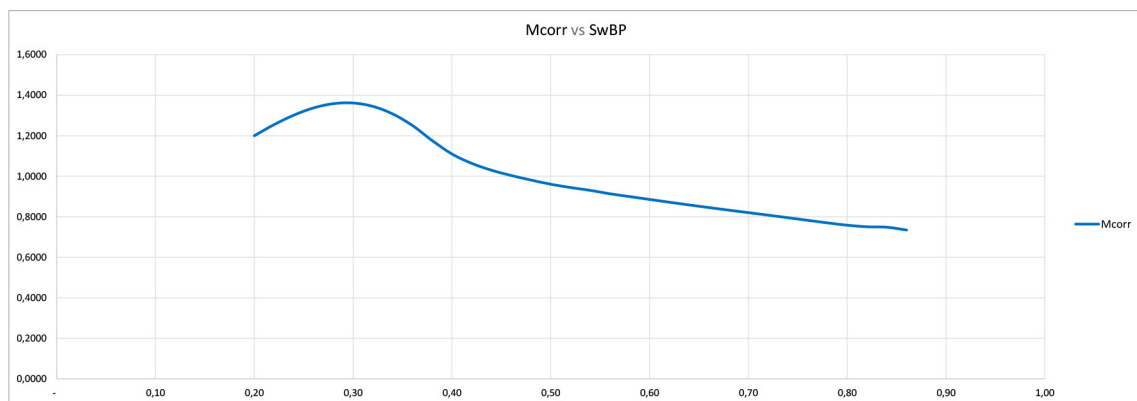


Figura 14. Mcorregida ejemplo vs saturación de agua en el banco de petróleo

Para verificar la ecuación obtenida, puede aplicársela para un caso de $Sw_{BP} = Sw_{irr}$ (y por lo tanto $fw_{BP} = 0$ y $fo_{BP} = 1$) y demostrar que el resultado particular obtenido es la ecuación clásica de M en la bibliografía, donde:

$$M = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{k_{w@Sw}}{k_{o@Swirr}} \cdot 1 - \frac{k_{o@Sw}}{k_{o@Swirr}} \cdot 0$$

$$M = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{k_{w@Sw}}{k_{o@Swirr}}$$

siendo ésta la relación de movilidades para un banco de petróleo monofásico.

A partir de este punto el procedimiento es el habitual. Se calcula la E_{ABT} , por ejemplo, con la correlación de Craig modelada por Willhite (utilizando $M_{corregida}$):

$$E_{ABT} = 0.54602036 + \frac{0.03170817}{M} + \frac{0.30222997}{e^M} - 0.00509693 \cdot M$$

Y las eficiencias areales posteriores al *breakthrough* con la correlación de Craig:

$$E_A = E_{ABT} + 0.2749 \cdot \ln\left(\frac{Wi}{Wi_{BT}}\right)$$

Para el mismo ejemplo propuesto en la gráfica anterior, la eficiencia areal al *breakthrough* resulta:

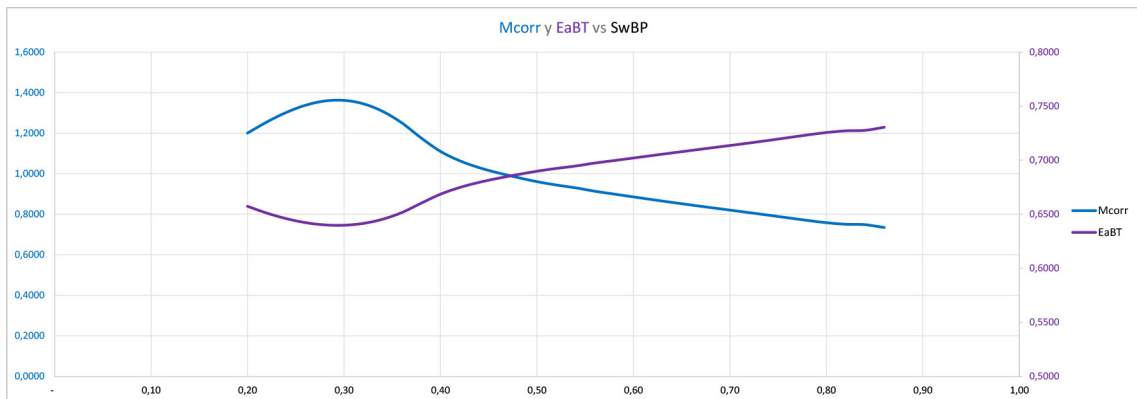


Figura 15. Mcorregiday EaBT ejemplo vs saturación de agua en el banco de petróleo.

CONCLUSIONES

- Ya sea previo, en, o posterior al *breakthrough* las únicas condiciones que modifican el valor de EA son el agua inyectada W_i , las propiedades de los fluidos y las condiciones de saturación en los bancos de agua y petróleo.
- En los momentos previos al BT esto se manifiesta en el valor de f' que depende de la saturación del frente que a su vez depende de la saturación de agua en el banco de petróleo.
- En el BT, la EA depende del M que a su vez depende de las condiciones de ambos bancos.
- Posterior al BT, a través de la correlación, depende de los valores de EA y W_i al momento del *breakthrough*, heredando todas sus dependencias.
- Por estos motivos, es de esperar que los perfiles de EA vs W_i se modifiquen cuando lo hace la saturación del banco de petróleo (y todo lo que ella acarrea).
- En particular podrían agruparse los casos como se realizó en la teoría de eficiencia de desplazamiento:
 - $Sw_{BP} = Sw_{irr}$ (línea verde)
 - Sw_{BP} entre Sw_{irr} y Sw_{INF} (líneas violetas)
 - $Sw_{BP} = Sw_{INF}$ (línea celeste, envolvente izquierda)
 - Sw_{BP} mayor a Sw_{INF} (líneas rojas)

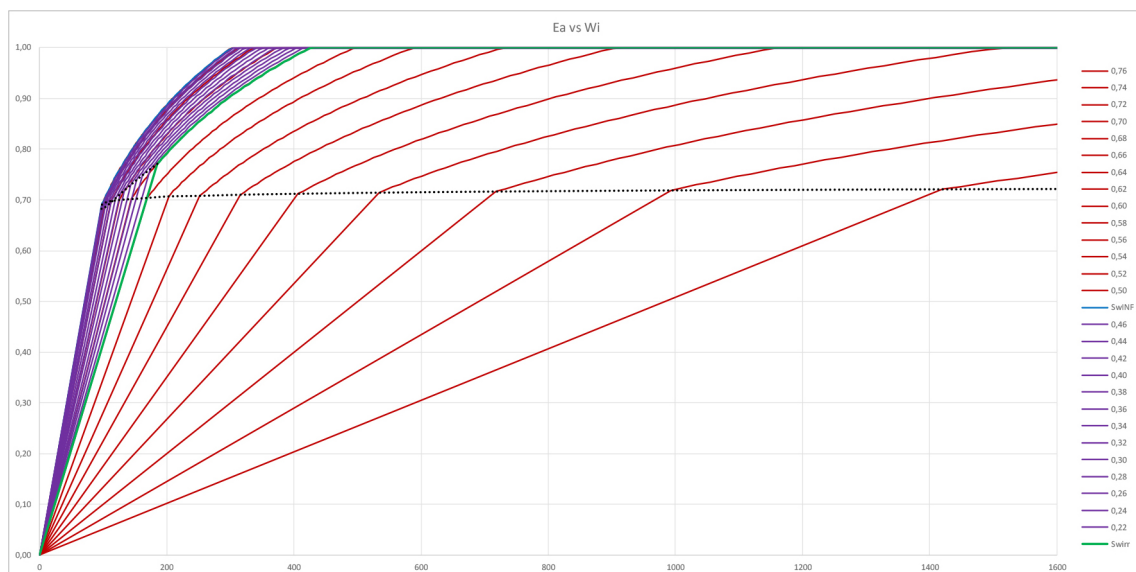
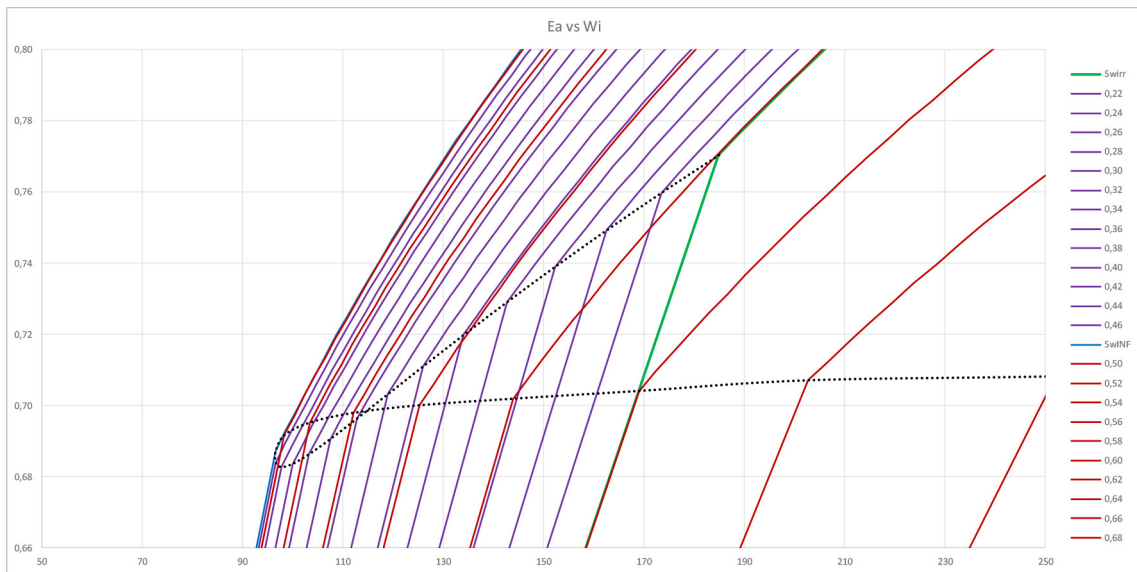
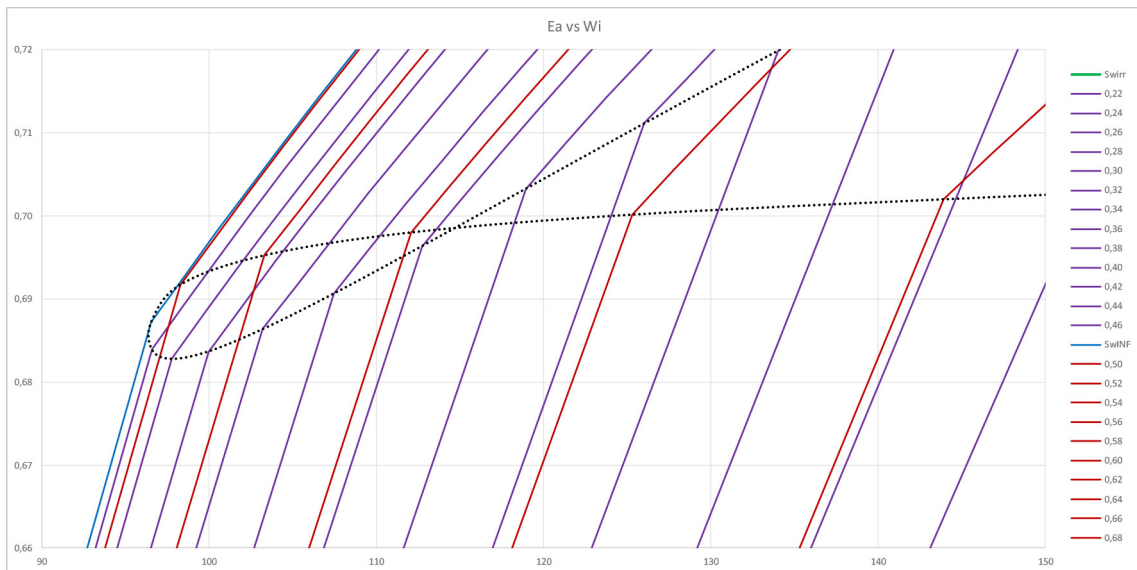


Figura 16. E_A vs W_i para todas las saturaciones de agua en el banco de petróleo, ejemplo previo (nota: la línea punteada une los valores de E_{ABT} de todos los casos a modo ilustrativo).


 Figura 17. Mismo ejemplo, detalle del *breakthrough* para $Sw_{irr} = Sw_{BP}$.

 Figura 18. Mismo ejemplo, detalle del *breakthrough* para $Sw_{INF} = Sw_{BP}$.

- Puede observarse que la coordenada $(W_{i_{BT}}; E_{A_{BT}})$ comienza en la posición conocida para el caso $Sw_{BP} = Sw_{irr}$, y luego se acerca al origen, plegándose sobre el eje Y.
- Para la condición de $Sw_{BP} = Sw_{INF}$ la curva E_A vs W_i envuelve todas las anteriores siendo ésta la que requiere menor volumen de agua para ocasionar el *breakthrough*.
- Para todas las saturaciones entre estas dos condiciones, la $E_{A_{BT}}$ es menor que la primera. Este fenómeno es lógico ya que la saturación del frente disminuye, la U del frente aumenta y el banco de agua avanza a mayor velocidad dentro del reservorio. Para las Sw_{BP} posteriores, los valores entre Sw_{INF} y 1-Sor la $E_{A_{BT}}$ aumentará.

- El $W_{i_{BT}}$, para saturaciones de Sw_{BP} cercanas a 1- S_{or} , escalará también alcanzando valores varios órdenes de magnitud mayores que los del Caso 1.
- Cabe destacar, que el hecho de requerir volúmenes de agua muy grandes antes de alcanzar el *breakthrough* no es un efecto necesariamente positivo; porque el BT, por definición, es cuando el frente irrumpe en el pozo productor, es decir “el agua que desplaza petróleo”. Pero para valores de $Sw_{BP} \gg Sw_{INF}$ la fracción del “agua que desplaza agua” en el productor es muy alta desde el comienzo y, por lo tanto, el barrido resulta muy ineficiente.

NOMENCLATURA

A	= área transversal de flujo
BT	= irrupción de agua inyectada en el pozo productor, <i>breakthrough</i>
fw	= flujo fraccional (fracción de agua móvil sobre el líquido total móvil en condiciones de fondo)
fwi	= flujo fraccional inicial
fw _f	= flujo fraccional en el frente del banco de agua
fw _{BP}	= flujo fraccional del banco de petróleo
f'	= derivada de la curva de flujo fraccional respecto de la saturación de agua
f' _f	= derivada de la curva de flujo fraccional en el frente del banco de agua
ko	= permeabilidad efectiva de la roca al petróleo
kw	= permeabilidad efectiva de la roca al agua
M	= relación de movilidades (movilidad del fluido desplazante sobre movilidad del fluido desplazado)
μ _o	= viscosidad del petróleo en condiciones de fondo
μ _w	= viscosidad del agua en condiciones de fondo
Ø	= porosidad de la roca
Sw	= saturación de agua
Sw _{INF}	= saturación de agua en el punto de inflexión de la curva de flujo fraccional
Swi	= saturación de agua inicial
Sw _{irr}	= saturación de agua irreductible
Sw _f	= saturación de agua en el frente del banco de agua
Sw _{BP}	= saturación de agua en el banco de petróleo
$\overline{Sw}$	= saturación de agua promedio en el banco de agua
So	= saturación de petróleo
S _{or}	= saturación de petróleo residual
Sg	= saturación de gas
Sgi	= saturación de gas inicial
u _{BP}	= distancia desde el inyector hasta el frente del banco de petróleo
u _f	= distancia desde el inyector hasta el frente del banco de agua
u _{Iny-Prod}	= distancia desde el pozo inyector hasta el pozo productor
VP	= volumen poral
VP _c	= volumen poral contactado por el banco de agua
Wi	= volumen de agua inyectada
W _{IBT}	= volumen de agua inyectada al momento de la irrupción o <i>breakthrough</i>

REFERENCIAS

- Leverett, M. C. (1941, December 1). Capillary Behavior in Porous Solids. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/941152-G
- Buckley, S. E., & Leverett, M. C. (1942, December 1). Mechanism of Fluid Displacement in Sands. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/942107-G
- Craig, Jr. F. F., (1971). The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding. ISBN 0-89520-202-6.
- Willhite, G. P., (1986). Waterflooding, 8th Edition. SPE Textbook Series Volume 3.
- Bugari, A. (2019). Variaciones en la eficiencia de desplazamiento para diferentes saturaciones iniciales de agua y gas. Congreso Producción y Desarrollo de Reservas IAPG.

Breve C.V. de Álvaro Bugari

Título: Ingeniero en Petróleo, ITBA. Máster en Evaluación de Proyectos, ITBA-UCEMA.
Gerente de Planificación Estratégica y Nuevos Negocios, Aconcagua Energía
Director de Carrera Ingeniería en Petróleo, Profesor de Grado y Postgrado, ITBA.

