

MODELADO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UNA CAPA DELGADA

Ramsis Cecilia Guerrero¹, Danilo Ruben Velis²

1: Pluspetrol S.A. rguerrero@pluspetrol.net

2: Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP y CONICET, Argentina. velis@fcaglp.unlp.edu.ar

Palabras clave: Capa delgada, Modelado directo, AVA, Ecuaciones de Zoeppritz

ABSTRACT

Modeling of seismic response of a thin bed

In this paper we analyze and compared two techniques that allowed to model the variations of the seismic response depending on the incident angle, of a thin geologic layer representative of a typical reservoir. The two analyzed techniques assume an incident plane compressional wave and take into account the energy partitioning on the interface caused by the conversion to shear and compressional waves reflected and transmitted. The first technique, that we call "approximate", is more efficient in computational terms, and it is based on the reflections coefficients calculation and transmission through Aki Richard's approximation. The second, that we call "complete", which provides more precise and realistic solutions, is based on the calculation of scalar and vector potentials associated with different waves propagating in several media involves. This technique includes, besides the incident energy partition, the creation of several reflections on the layer, due to the compressional and shear waves. Additionally, we conclude about the approximates techniques precisions based on reflections and transmission conventional coefficients for the modelling, and their possible influence in the inversion for the estimation of the parameters of interest.

INTRODUCCIÓN

La caracterización sísmica de una capa geológica delgada, o sea aquella que posee un espesor por debajo de la resolución sísmica vertical (del espesor de *tuning*), es importante en el campo de la geofísica de reservorios, dada la creciente necesidad de cuantificar este tipo de ambientes geológicos a partir de datos sísmicos de superficie. Como se sabe, la respuesta sísmica asociada a estructuras con espesores delgados genera interferencias entre los pulsos sísmicos reflejados en el tope y en la base de la capa, efectos que se conocen como "*tuning*". Estos efectos son especialmente significativos cuando el espesor de la capa es menor que un cuarto de la longitud de onda (Widess, 1973), por lo que posibles trampas estratigráficas pueden pasar desapercibidas fácilmente si el análisis de los datos se basa en la sísmica convencional.

No obstante, la sísmica de reflexión permite obtener información crítica sobre parámetros tales como espesores, velocidades y densidades a partir del análisis minucioso de las variaciones

observadas en la respuesta sísmica de estas estructuras en función del ángulo de incidencia del frente de ondas. Estas variaciones, conocidas como AVA (amplitud vs ángulo) o AVO (amplitud vs *offset*), pueden ser luego relacionadas con diversos parámetros e indicadores de presencia de fluidos indispensables no solo para la explotación de hidrocarburos (*e.g.* Gidlow *et al.*, 1992; Castagna *et al.*, 1998), sino también para estudios tales como el monitoreo de procesos de inyección de dióxido de carbono como herramienta para mitigar los problemas asociados con este gas invernadero (*e.g.* Velis and Rubino, 2011).

Por lo tanto, cuando se trata de capas delgadas que se encuentran por debajo del límite de la resolución vertical que brinda la sísmica, la estimación correcta de espesores, velocidades y densidades debe realizarse mediante una inversión sísmica muy cuidadosa. Esto requiere, naturalmente, técnicas más apropiadas y precisas que las utilizadas tradicionalmente en un análisis AVA/AVO convencional, y que permitan modelar respuestas más realistas a partir de un modelo de reservorio dado.

En este sentido, una parte importante en el proceso de inversión sísmica es el modelado. La precisión y estabilidad del resultado de la inversión depende fuertemente de éste, ya que la respuesta sísmica calculada debe asemejarse a los datos sísmicos observados. En la práctica, sin embargo, el modelado es por lo general simplificado bajo la suposición de la validez de ciertas hipótesis acerca del modelo geológico, del fenómeno de propagación de ondas y/o del procesamiento de los datos.

El objetivo central de este trabajo consiste en analizar dos métodos que permiten calcular el sismograma teórico o sintético correspondiente a una capa delgada. Se compararán las respuestas sísmicas estimadas a partir de las aproximaciones de Aki and Richards (1980) de tres términos (modelado “aproximado”), con las obtenidas en base al cálculo de los potenciales escalares y vectoriales (modelado “completo”). Con la finalidad de analizar el impacto en la respuesta sísmica que tienen las ondas convertidas y las reflexiones múltiples, esta comparación se realizará para distintos modelos de capa delgada. Además, se analizará el impacto del modelado en la estimación de los parámetros elásticos, densidad y espesor mediante la inversión de los sismogramas utilizando el método de inversión espectral *prestack* desarrollado previamente por Rubino and Velis (2008).

RESPUESTA SÍSMICA DE UNA CAPA DELGADA

Las estructuras de los reservorios reales son muy complejas. A pesar de esto podemos asumir como una aproximación al problema un modelo simplificado que nos permita obtener información útil para la caracterización de capas delgadas partiendo de un modelo sencillo. Se considera una capa horizontal elástica de espesor h separada por dos semi-espacios elásticos y homogéneos, tal como se observa en la Figura 1. En dicho modelo, una onda compresional que se propaga en el

plano (x,z) incide con un ángulo θ_1 en el tope de la capa. En la interface se genera una partición de la energía de manera que parte de la energía incidente se refleja, y parte de la energía se trasmite dentro de la capa delgada. Naturalmente, habrá una nueva partición de la energía cuando la onda transmitida arribe a la base de la capa delgada, como se muestra en la Figura 1.

Una forma simple de modelar la respuesta sísmica de este modelo consiste entonces en utilizar las aproximaciones de Aki and Richards (1980) para representar los coeficientes de reflexión (y transmisión) en cada una de las interfaces, y sumar las respectivas contribuciones. A este método lo llamaremos “aproximado”. Alternativamente, llamaremos método “completo” al que consiste en estimar la respuesta sísmica de la capa delgada a partir del cálculo de los potenciales escalares y vectoriales asociados a cada una de las ondas generadas, como veremos más abajo.

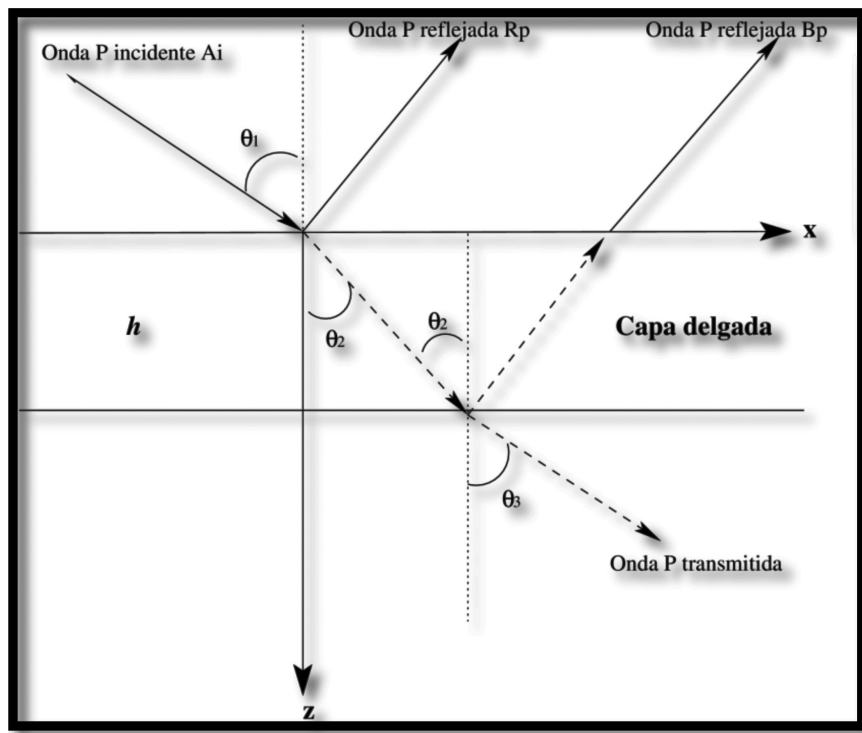


Figura 1. Diagrama del modelo de capa delgada y rayos transmitidos y reflejados. Por simplicidad no se muestran las ondas de corte generadas en las interfaces, las cuales están incluidas en el modelado de la respuesta AVA.

Modelado AVA “aproximado”

A comienzos del siglo XX, Zoeppritz (1919) presentó los fundamentos de la técnica AVO, detallando las ecuaciones que permiten calcular los coeficientes de reflexión (y transmisión) de una onda compresional o de corte que incide sobre una interface en función del ángulo de

incidencia. Estas ecuaciones, que dependen de las velocidades de las ondas compresionales y de corte y de las densidades de los medios, son muy complejas y poco prácticas para su interpretación física. Por ello, en las décadas siguientes varios autores han desarrollado diversas aproximaciones, como Bortfeld (1961), quien simplificó las ecuaciones de Zoeppritz abriendo así un camino para entender el comportamiento físico de la reflexión y transmisión de ondas planas en una interface. Estas aproximaciones son válidas cuando los contrastes de las propiedades de los medios no son muy significativos, y para ángulos de incidencia de moderados a bajos. Más tarde, Aki and Richards (1980) modificaron la aproximación de Bortfeld, expresando el coeficiente de reflexión en función de tres términos, cada uno de los cuales involucra solamente a uno de los parámetros físicos de los medios involucrados. Esta aproximación que es válida para ángulos de incidencia menores a los 30 grados y para pequeños contrastes de los medios permite una implementación sencilla de un algoritmo de inversión AVA.

Para el modelado “aproximado” utilizamos la aproximación expresada en términos lineales de Aki and Richards (1980). Para el caso de una onda incidente P, el coeficiente de reflexión asociado a la onda reflejada P se puede escribir como:

$$R_{pp}(\theta) \simeq A \frac{\Delta V_p}{V_p} + B \frac{\Delta V_s}{V_s} + C \frac{\Delta \rho}{\rho}, \quad (1)$$

donde

$$A = \frac{1}{(2 \cos^2 \theta)}, \quad (2)$$

$$B = - \left(4 \frac{V_s^2}{V_p^2} \right) \sin^2 \theta, \quad (3)$$

$$C = 0.5 - \left[\left(2 \frac{V_s^2}{V_p^2} \right) \sin^2 \theta \right], \quad (4)$$

y

$$\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1, \quad \rho = (\rho_2 + \rho_1)/2, \quad (5)$$

$$\Delta V_p = V_{p2} - V_{p1}, \quad V_p = (V_{p2} + V_{p1})/2, \quad (6)$$

$$\Delta V_s = V_{s2} - V_{s1}, \quad V_s = (V_{s2} + V_{s1})/2, \quad (7)$$

En dichas expresiones $\theta = (\theta_2 + \theta_1) / 2$, donde θ_1 y θ_2 son los ángulos de incidencia y transmisión vinculados a través de la ley de Snell. Por simplicidad se considera a su vez $\theta \simeq \theta_1$ (Yilmaz (2001)). Además, V_{p1} , V_{s1} y ρ_1 son las velocidades de las ondas P y S y la densidad del medio 1 (por encima de la interface), y, en tanto que V_{p2} , V_{s2} y ρ_2 son las velocidades de las ondas P y S y la densidad del medio 2 (por debajo de la interface).

Es importante tener en cuenta que debido a que las ecuaciones de Aki y Richards son aproximaciones, los valores calculados con estas fórmulas no serán exactos, y los errores

incrementarán cuanto mayor sea el ángulo de incidencia y cuanto mayor sea el contraste entre los parámetros físicos de los medios (Ikelle and Amundsen, 2005).

Las ecuaciones anteriormente descritas, están definidas para una interface. Para adecuar las aproximaciones de Aki y Richards a una capa delgada entre dos semiespacios se consideraron los coeficientes de reflexión compresional y de corte tanto en el tope como en la base de la capa delgada. Además se tomaron en cuenta las contribuciones de las diferentes ondas transmitidas, reflejadas y convertidas.

Para el caso de la respuesta sísmica de las ondas P, se consideraron las contribuciones de las ondas P reflejadas en el tope (ondas PP) más las reflejadas en la base. Las contribuciones de las ondas P reflejadas en la base, incluyen el coeficiente de la transmisión al pasar del medio 1 al 2 y del 2 al 1 y las correspondientes conversiones (PPPP, PPSP, PSPP y PSSP). Análogamente, para las contribuciones asociadas a las ondas S, se tomaron en cuenta las ondas PS reflejadas en el tope más las reflejadas en la base teniendo en cuenta sus respectivas conversiones (PSSS, PSPS, PPSS, y PPPS).

Entonces, los coeficientes de reflexión para una capa delgada asociados a las ondas compresionales $R_P(t, \theta_1)$ y de corte $R_S(t, \theta_1)$ pueden expresarse como:

$$R_P(t, \theta_1) = R_{PP}^T(\theta_1) + \sum_{i=1}^4 \tilde{R}_{P_i}(\theta_1) \delta(t - \Delta t_{p_i}), \quad (8)$$

con

$$\tilde{R}_{P1}(\theta_1) = T_{PP}^+(\theta_2) R_{PP}^B(\theta_2) T_{PP}^-(\theta_1), \quad (9)$$

$$\tilde{R}_{P2}(\theta_1) = T_{PP}^+(\theta_2) R_{PS}^B(\beta_2) T_{SP}^-(\theta_1), \quad (10)$$

$$\tilde{R}_{P3}(\theta_1) = T_{PS}^+(\beta_2) R_{PS}^B(\beta_2) T_{PP}^-(\theta_1), \quad (11)$$

$$\tilde{R}_{P4}(\theta_1) = T_{PS}^+(\beta_2) R_{PS}^B(\theta_2) T_{SP}^-(\theta_1), \quad (12)$$

y

$$R_S(t, \theta_1) = R_{PS}^T(\beta_3) + \sum_{i=1}^4 \tilde{R}_{S_i}(\theta_1) \delta(t - \Delta t_{p_j}), \quad (13)$$

con

$$\tilde{R}_{S1}(\theta_1) = T_{PS}^+(\beta_2) R_{SS}^B(\beta_2) T_{SS}^-(\beta_1), \quad (14)$$

$$\tilde{R}_{S2}(\theta_1) = T_{PS}^+(\beta_2) R_{SP}^B(\theta_2) T_{PS}^-(\beta_1), \quad (15)$$

$$\tilde{R}_{S3}(\theta_1) = T_{PP}^+(\theta_2) R_{PS}^B(\beta_2) T_{SS}^-(\beta_1), \quad (16)$$

$$\tilde{R}_{S4}(\theta_1) = T_{PP}^+(\theta_2) R_{PP}^B(\theta_2) T_{PS}^-(\beta_1), \quad (17)$$

donde el ángulo de incidencia θ_1 está relacionado con los ángulos de transmisión y reflexión de onda P (θ_2) y onda S (β_2) en la capa delgada, a través de la ley de Snell de la siguiente manera:

$$\frac{\sin \theta_1}{v_{p1}} = \frac{\sin \theta_2}{v_{p2}} = \frac{\sin \beta_2}{v_{s2}} = \frac{\sin \beta_1}{v_{s1}}.$$

En las expresiones anteriores, los superíndices T y B corresponden al tope y la base de la capa delgada, respectivamente. En este sentido, $R_{pp}^T(\theta)$ y $R_{ps}^T(\theta)$ son los coeficientes de reflexión de una onda P que se refleja como onda P o como onda S en el tope de la capa, respectivamente; mientras que $R_{pp}^B(\theta)$ y $R_{ps}^B(\theta)$ por ejemplo, son los coeficientes de reflexión de una onda P que se refleja como onda P o como onda S, respectivamente, en la base de la capa. Por otro lado, los superíndices $+$ y $-$ indican el sentido de propagación de una onda transmitida, es decir, del medio 1 al medio 2 o del medio 2 al medio 1, respectivamente. Así, por ejemplo, $T_{ps}^+(\theta)$ es el coeficiente de transmisión de una onda P que se transmite como onda S al pasar del medio 1 al medio 2, mientras que $T_{ps}^-(\theta)$ es el coeficiente de transmisión de una onda S que se transmite como onda P al pasar del medio 2 al medio 1.

Tipo de onda	Δt
PSSP – PSSS	$\frac{2h \cos \beta_2}{V_{S2}}$
PSPP - PPSP - PPS - PPSS	$h \left(\frac{\cos \beta_2}{V_{S2}} + \frac{\cos \theta_3}{V_{P2}} \right)$
PPPP - PPPS	$\frac{2h \cos \theta_2}{V_{P2}}$

Tabla 1. Tiempo de retraso asociado a las diferentes contribuciones en las ecuaciones 8 y 13.

En las ecuaciones (8) y (13), $\delta(t)$ representa la delta de Dirac, la cual es nula en todo punto menos en el origen. En tanto que, Δt_{pi} y Δt_{pj} son los tiempos de retraso entre el tope y la base de la capa delgada de cada una de las ondas. Estos tiempos pueden ser calculados fácilmente a partir de la Figura 1, teniendo en cuenta la Ley de Snell y el espesor de la capa (Liu and Schmitt, 2003). La Tabla 1 muestra los valores correspondientes. Los parámetros V_{P2} y V_{S2} son, respectivamente las velocidades de onda P y S de la capa delgada, h es el espesor, θ_2 y β_2 son los ángulos de transmisión de la onda compresional y de corte obtenidos a partir de las relaciones de Snell.

Finalmente, las respuestas sísmicas aproximadas de la capa delgada se obtuvieron mediante la convolución de $R_p(t, \theta)$ y $R_s(t, \theta)$ con una ondícula dada para diferentes ángulos de incidencia generándose de esta manera un *angle-gather* de trazas sísmicas.

Modelado AVA “completo”

Para el modelado “completo” se siguió el trabajo realizado por Rubino and Velis (2008), en donde una onda compresional de amplitud unitaria $\mathcal{A}_i = 1$ y frecuencia $\omega = 2\pi f$ que se propaga en el plano (x, z) incide con un ángulo θ_1 en una capa delgada horizontal elástica de espesor h (medio

2) que yace entre dos semi-espacios (medios 1 y 3) también elásticos y homogéneos (ver Figura 1). Los potenciales escalares ϕ y vectoriales ψ asociados a los campos de onda compresionales y de corte ascendentes y descendentes en cada uno de los tres medios pueden expresarse como se describe a continuación (por simplicidad, en las siguientes expresiones se ha omitido el factor $e^{i\omega t}$, ya que éste se cancelará cuando los potenciales sean sustituidos en las condiciones de frontera).

Medio 1

Los desplazamientos de las partículas en el semi-espacio superior son causados por las contribuciones de la onda P incidente y las ondas P y S reflejadas:

$$\phi_1 = e^{j(-k_{x1}^p x - k_{z1}^p z)} + R_p(\omega) e^{j(-k_{x1}^p x - k_{z1}^p z)}, \quad (18)$$

$$\psi_1 = R_s(\omega) e^{i(-k_{x1}^s x - k_{z1}^s z)} \hat{e}_2, \quad (19)$$

donde $R_p(\omega)$ y $R_s(\omega)$ son las contribuciones de las amplitudes de los potenciales de la onda compresional y de corte respectivamente, y $\hat{e}_2$ es el vector unitario a lo largo del eje y , ya que el desplazamiento asociado con la propagación de las ondas de corte está dado por el rotacional, el cual es perpendicular a la dirección de propagación. De ahí el hecho de que una onda rotacional sea una onda de corte.

Medio 2

Los desplazamientos dentro de la capa delgada son obtenidos considerando cuatro cuerpos de onda asociados a una onda compresional y de corte viajando hacia arriba y una onda compresional y de corte viajando hacia abajo:

$$\phi_2 = A_p(\omega) e^{j(-k_{x2}^p x - k_{z2}^p z)} + B_p(\omega) e^{j(-k_{x2}^p x - k_{z2}^p z)}, \quad (20)$$

$$\psi_2 = [A_s(\omega) e^{j(-k_{x2}^s x - k_{z2}^s z)} + B_s(\omega) e^{j(-k_{x2}^s x - k_{z2}^s z)}] \hat{e}_2, \quad (21)$$

$A_p(\omega)$ y $B_p(\omega)$ están asociadas a las amplitudes de las contribuciones del potencial escalar (onda compresional) ascendente y descendente respectivamente y, $A_s(\omega)$ y $B_s(\omega)$ las amplitudes de las contribuciones del potencial vectorial (onda de corte) dentro de la capa delgada. Debido a que se trabaja en el dominio de la frecuencia es posible considerar en cada uno de los factores anteriores, tanto las contribuciones de las ondas transmitidas y reflejadas como las de las múltiples en el medio.

Medio 3

En el semi-espacio inferior los desplazamientos vendrán dados por los cuerpos de onda compresional y de corte transmitidos:

$$\phi_3 = T_p(\omega)e^{j(-k_{x3}^p x - k_{z3}^p z)}, \quad (22)$$

$$\psi_3 = T_s(\omega)e^{j(-k_{x3}^s x - k_{z3}^s z)}\hat{e}_2, \quad (23)$$

donde $T_p(\omega)$ y $T_s(\omega)$ son las amplitudes de los potenciales de las ondas transmitidas compresional y de corte, respectivamente.

Además, $K_i^p = (k_{xi}^p, \pm k_{zi}^p)$ y $K_i^s = (k_{xi}^s, \pm k_{zi}^s)$ son los vectores de onda asociados con las perturbaciones de la onda compresional y de corte respectivamente, en el semi-espacio superior ($i=1$), en la capa delgada ($i=2$), y en el semi espacio inferior ($i=3$). El módulo de dichos vectores viene dado por $k_i^p = \omega/V_{pi}$ y $k_i^s = \omega/V_{si}$, donde V_{pi} es la velocidad de la onda compresional y V_{si} la de corte. Es de notar que se ha omitido el factor $e^{i\omega t}$ ya que éste se cancelará cuando los potenciales sean sustituidos en las condiciones de frontera.

El desplazamiento de las partículas en cada uno de los tres medios están dados por:

$$\begin{aligned} u_1 &= \nabla\phi_1 + \nabla\times\psi_1 \\ u_2 &= \nabla\phi_2 + \nabla\times\psi_2 \\ u_3 &= \nabla\phi_3 + \nabla\times\psi_3 \end{aligned} \quad (24)$$

Sustituyendo las ecuaciones (18) a (23) en (24) y teniendo en cuenta las condiciones de continuidad de la componente horizontal de los desplazamientos de las partículas en las interfaces, es posible obtener las relaciones de la Ley de Snell. Luego, usando las propiedades elásticas de cada medio, se pueden relacionar los vectores desplazamientos con los tensores de esfuerzo a través de la Ley de Hooke. Además, requiriendo la continuidad de los desplazamientos y los esfuerzos normales y de corte en las interfaces, se obtiene un sistema lineal de 8 ecuaciones con 8 incógnitas que permite obtener las amplitudes de los potenciales definidas en las expresiones (18) a (23).

Finalmente, la respuesta sísmica AVA de la capa delgada asociadas a las ondas compresionales y de corte se puede obtener multiplicando, respectivamente, $R_p(\omega)$ y $R_s(\omega)$ con la Transformada de Fourier de la fuente (ondícula). Es de notar que este método toma en cuenta los efectos de las ondas convertidas y todas las múltiples generadas en las interfaces. Para más detalles ver el trabajo de Rubino and Velis (2008).

RESULTADOS

Comparación de las respuestas AVA

A continuación se muestran los resultados obtenidos al comparar los registros creados a partir del modelado aproximado y del modelado completo utilizando tres modelos de capa delgada. Los modelos utilizados corresponden a reservorios típicos de gas asociados a una capa delgada de alta velocidad (Tabla 2), baja velocidad (Tabla 3) y de alto contraste (Tabla 4). Este último fue utilizado para resaltar el impacto en la respuesta sísmica causado por las múltiples que se generan en la capa delgada, ya que en los otros dos modelos el impacto de las mismas resulta despreciable.

Los registros que se muestran a continuación se generaron utilizando una ondícula de Ricker de frecuencia central $f_0 = 30 \text{ Hz}$. En todos los casos se consideró un rango de ángulos de incidencia de 0 a 30° (31 trazas) y un espesor $h = 10 \text{ m}$. El tiempo de *tuning* para la ondícula de Ricker es $T = \sqrt{6/2\pi f_0}$ (Chung and Lawton, 1995), por lo que $T = 13 \text{ ms}$ para la ondícula considerada. Luego, el espesor de *tuning* para cada uno de los modelos considerados es 26.5 m (alta velocidad), 15.8 m (baja velocidad) y 20.1 m (alto contraste), valores por encima del espesor h considerado. Además, en dichos registros se mantuvo una escala fija, con la finalidad de poder comparar la amplitud de cada una de las trazas.

Modelo de alta velocidad

En las Figuras 2 y 3 se muestran los registros sintéticos (respuesta AVA) correspondiente a la onda compresional y a la onda de corte, respectivamente, pertenecientes al modelo de alta velocidad (Tabla 2).

Los registros sintético 2a y 3a fueron generados a partir de las aproximaciones de Aki y Richards de tres términos considerando todas las ondas convertidas (PPPP, PPSP, PSPP, PSSP, PSSS, PSPS, PPSS y PPPS). Por otro lado, los registros de las Figuras 2b y 3b fueron generados utilizando el método “completo” descrito en la sección anterior.

Las Figuras 2c y 3c muestran la discrepancia entre cada uno de estos modelados, para cada tipo de onda. Como era de esperar, es posible notar que a medida que crece el ángulo de incidencia la diferencia entre ambos modelos incrementa, ya que la aproximación de Aki y Richards pierde validez para ángulos de incidencia grandes. No obstante las diferencias no son muy significativas.

Con el fin de apreciar con mayor claridad el grado de discrepancia entre las trazas y el impacto en las respuestas sísmicas de las ondas convertidas, las Figuras 4 y 5 muestran, respectivamente, algunas trazas individuales para las ondas compresionales y de corte para tres casos diferentes: (1) el modelado completo (curva roja), (2) el modelado aproximado considerando solamente las ondas PPPP y las ondas PSSS (curva verde), y (3) el modelado aproximado considerando todas las

ondas convertidas (curva azul). En estas figuras se observa con mayor detalle el comportamiento antes mencionado, donde la discrepancia entre los modelos incrementa a medida que el ángulo crece, pero es pequeña para ángulos de incidencia pequeños. Además, el impacto de las ondas convertidas es muy bajo, excepto quizás para un ángulos de incidencia relativamente grandes. Esto se debe a que la energía de las ondas convertidas es muy pequeña comparada con las ondas PPPP y PSSS.

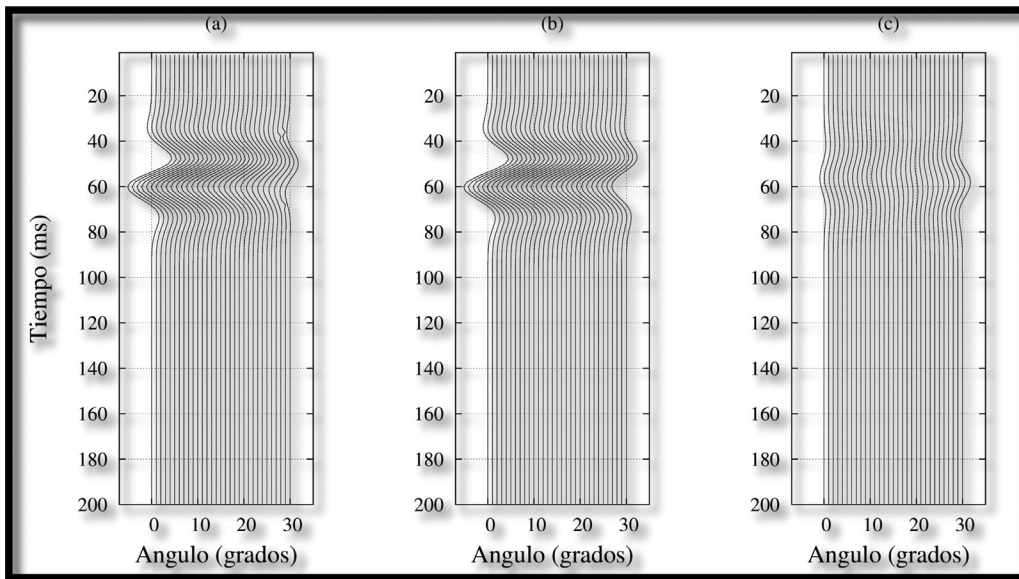


Figura 2. Respuesta AVA de la onda compresional correspondiente al modelo de alta velocidad (Tabla 2). a) Modelado “aproximado” utilizando la información de todas las ondas convertidas (PPPP, PPSP, PSPP y PSSP). b) Modelado “completo”. c) Diferencia.

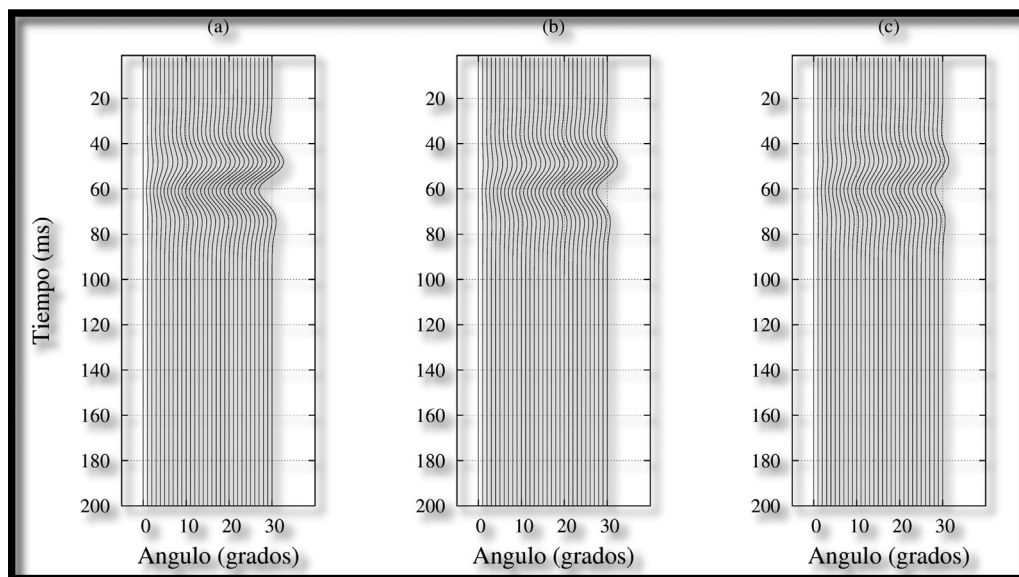


Figura 3. Respuesta AVA de la onda de corte correspondiente al modelo de alta velocidad (Tabla 2). a) Modelado “aproximado” utilizando la información de todas las ondas convertidas (PSSS, PPSS, PPS y PPPS). b) Modelado “completo”. c) Diferencia.

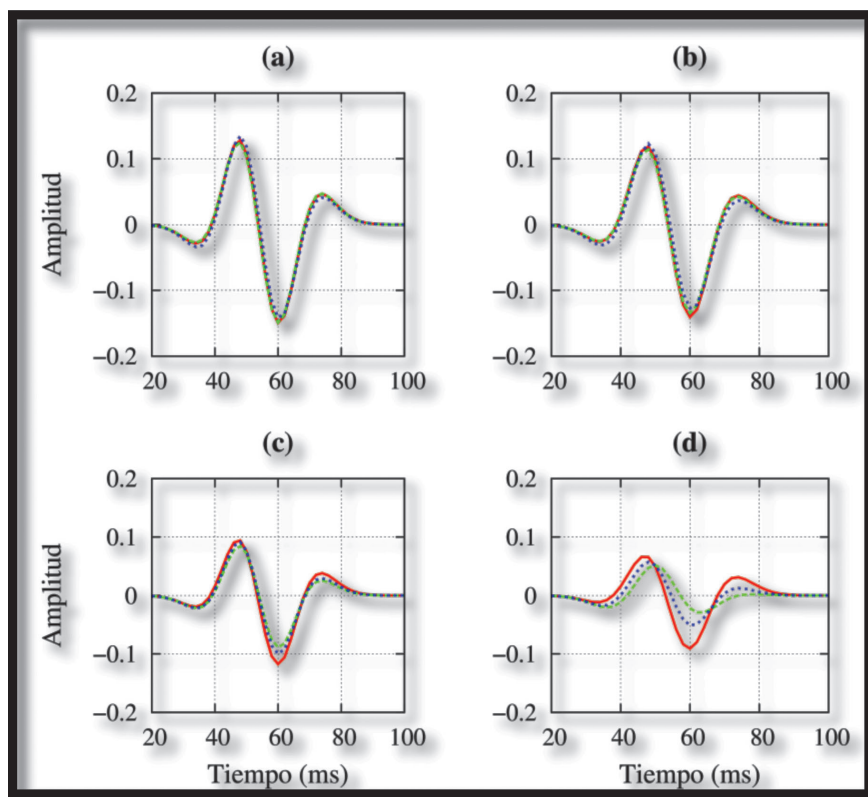


Figura 4. Comparación de las trazas correspondientes a los registros de las Figuras 2. a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 10^\circ$, c) $\theta = 20^\circ$ y d) $\theta = 30^\circ$. La curva roja corresponde al modelado “completo”, la verde al “aproximado” utilizando sólo la información de las ondas PPP y la azul al “aproximado” incorporando la información de todas las demás ondas convertidas.

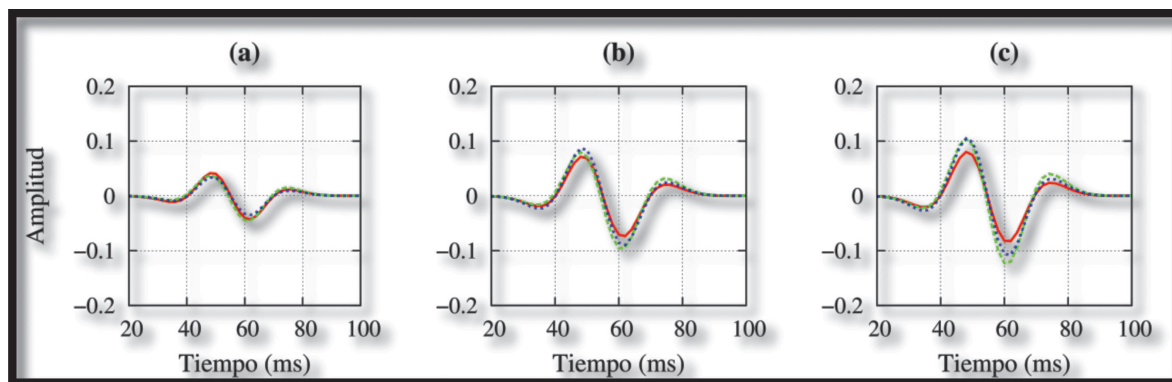


Figura 5. Comparación de las trazas correspondientes a los registros de las Figuras 3. a) $\theta = 10^\circ$, b) $\theta = 20^\circ$ y c) $\theta = 30^\circ$. La curva roja corresponde al modelado “completo”, la verde al “aproximado” utilizando sólo la información de las ondas PSSS y la azul al “aproximado” incorporando la información de todas las demás ondas convertidas.

Modelo de baja velocidad

Se realizó el mismo análisis para el modelo de baja velocidad (Tabla 3). Los resultados se muestran en las Figuras 6 a 9. Al igual que en el caso del modelo de alta velocidad, se observa que a medida que incrementa el ángulo de incidencia aumenta la diferencia entre las respuestas de las trazas generadas

mediante el método aproximado y el completo. El comportamiento de la discrepancia entre las trazas modeladas mediante una u otra técnica es similar al obtenido para el modelo de alta velocidad, es decir, se observan discrepancias poco significativas excepto para ángulos relativamente grandes, como era de esperar. No obstante, el desacople entre las trazas incrementa más suavemente que en el modelo de alta velocidad, debido fundamentalmente a que el contraste entre los parámetros del modelo de baja velocidad es menor que en el caso del modelo de alta velocidad.

Finalmente, como en el caso del modelo de alta velocidad, la incorporación de las ondas convertidas no aporta una mayor información al modelado aproximado, por lo que su impacto es muy poco significativo para todos los ángulos de incidencia considerados.

	$V_p(Km/s)$	$V_s(Km/s)$	$\rho(g/cm^3)$
Medio superior	3.14	1.66	2.23
Capa delgada	4.09	2.42	2.37
Medio inferior	3.13	1.73	2.09

Tabla 2. Parámetros utilizados para la creación del registro sintético correspondiente a un modelo de reservorio de gas asociado a una capa delgada de alta velocidad.

	$V_p(Km/s)$	$V_s(Km/s)$	$\rho(g/cm^3)$
Medio superior	3.13	1.63	2.37
Capa delgada	2.69	1.34	1.83
Medio inferior	3.21	2.09	2.26

Tabla 3. Parámetros utilizados para la creación del registro sintético correspondiente a un modelo de reservorio de gas asociado a una capa delgada de baja velocidad.

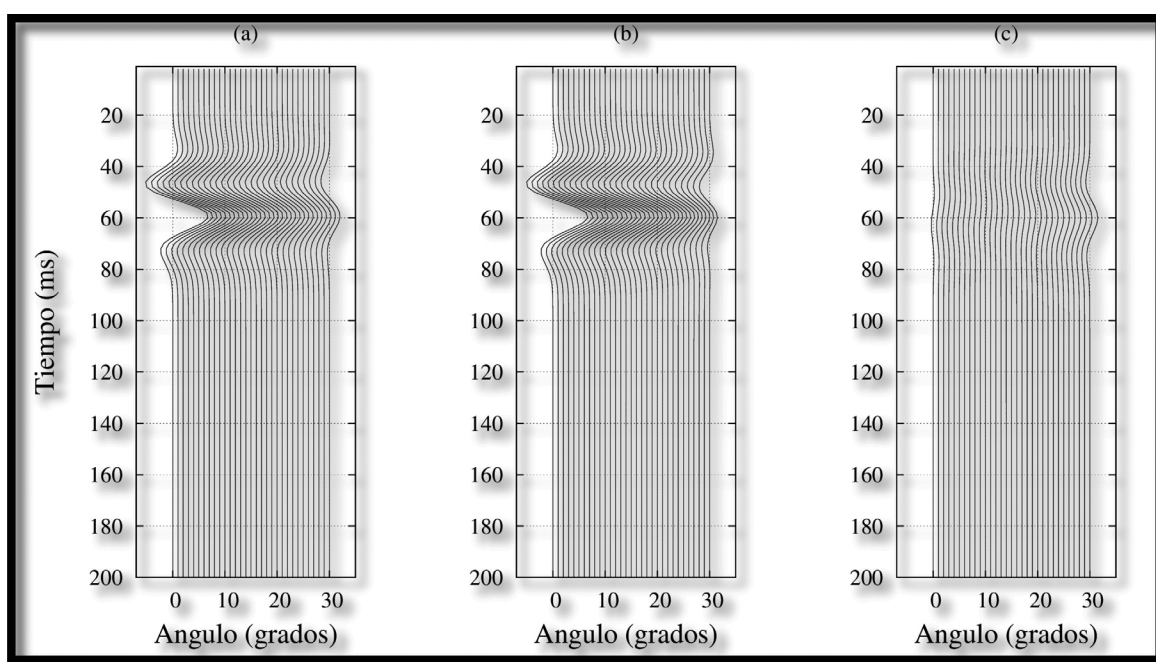


Figura 6. Respuesta AWA de la onda compresional correspondiente al modelo de baja velocidad (Tabla 3). a) Modelado "aproximado" utilizando la información de todas las ondas convertidas (PPPP, PPSP, PSPP y PSSP). b) Modelado "completo". c) Diferencia.

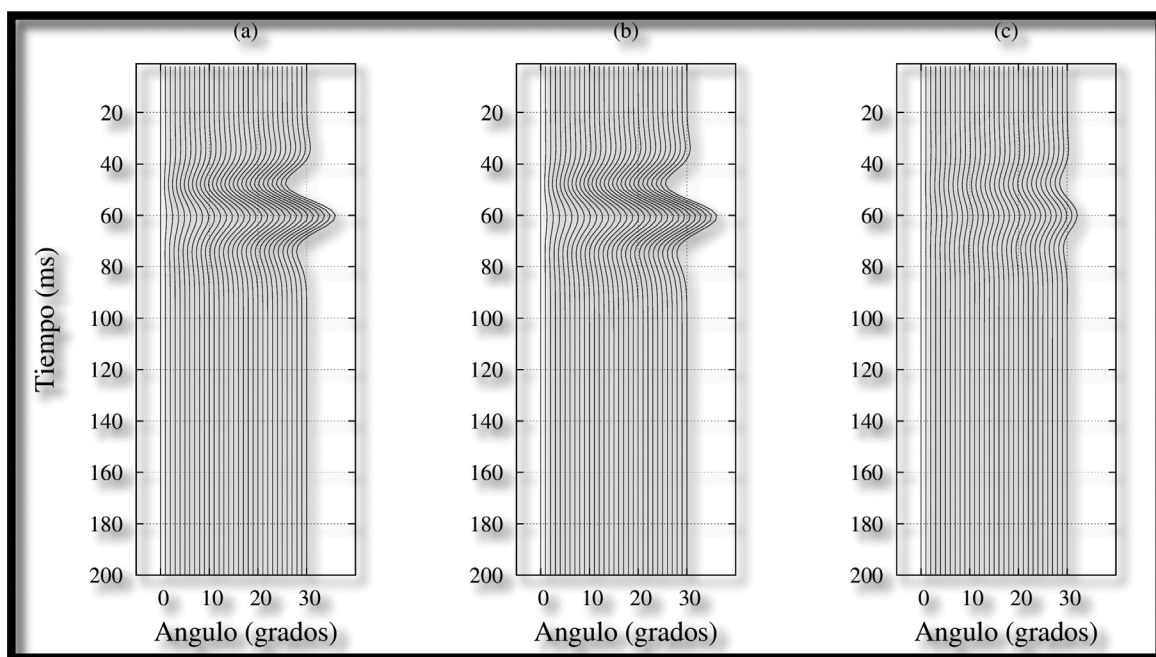


Figura 7. Respuesta AVA de la onda de corte correspondiente al modelo de alta velocidad (Tabla 3). a) Modelado “aproximado” utilizando la información de todas las ondas convertidas (PSSS, PPSS, PSPS y PPPS). b) Modelado “completo”. c) Diferencia.

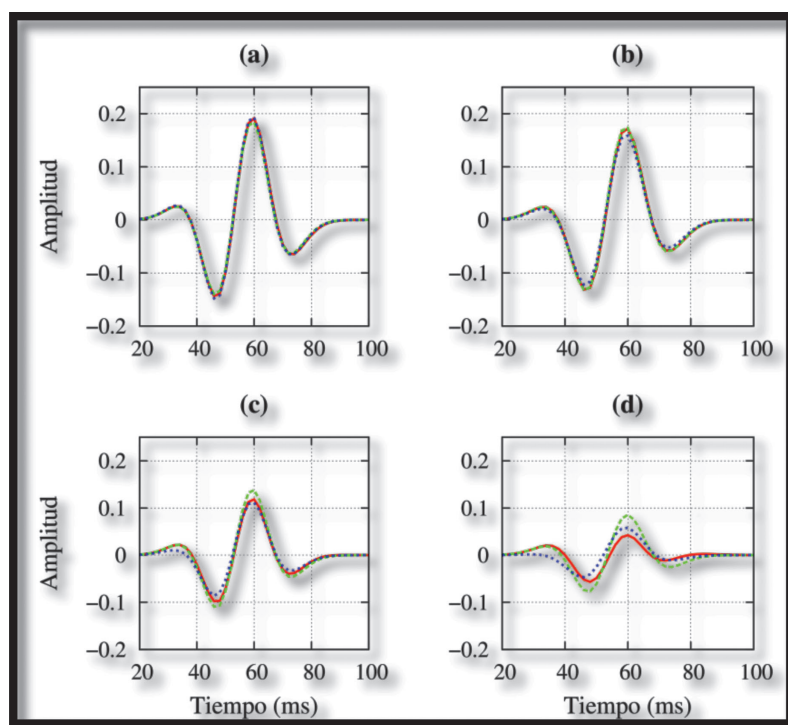


Figura 8. Comparación de las trazas correspondientes a los registros de las Figuras 6. a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 10^\circ$, c) $\theta = 20^\circ$ y d) $\theta = 30^\circ$. La curva roja corresponde al modelado “completo”, la verde al “aproximado” utilizando sólo la información de las ondas PPPP y la azul al “aproximado” incorporando la información de todas las demás ondas convertidas.

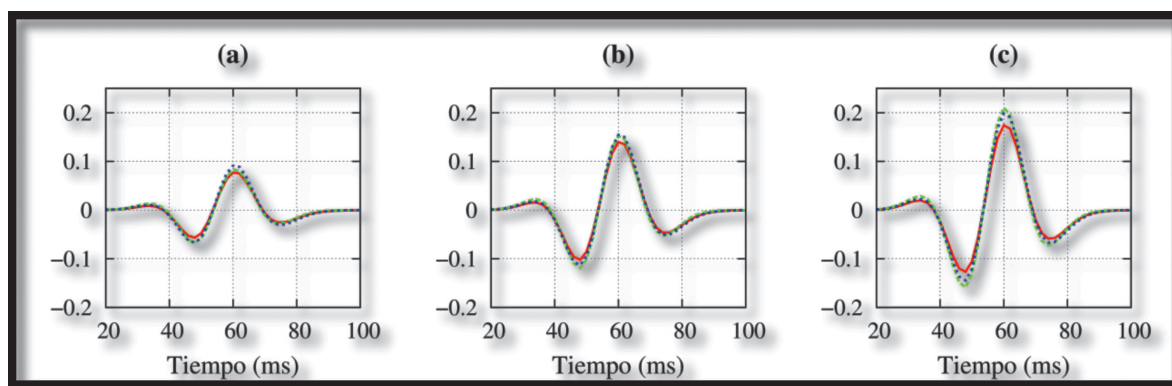


Figura 9. Comparación de las trazas correspondientes a los registros de las Figuras 7. a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 10^\circ$, c) $\theta = 20^\circ$ y d) $\theta = 30^\circ$. La curva roja corresponde al modelado “completo”, la verde al “aproximado” utilizando sólo la información de las ondas PSSS y la azul al “aproximado” incorporando la información de todas las demás ondas convertidas.

Error medio cuadrático normalizado

Con el fin de cuantificar la similitud entre los modelos creados a partir de las aproximaciones y el modelo completo se calculó el error medio cuadrático normalizado (*NRMS*) (Kragh and Christie, 2002). El *NRMS* es una métrica de repetitividad, y se define como el *RMS* de la diferencia entre dos trazas, a_t y b_t , en una ventana de tiempo $t_1 - t_2$, dividido por el promedio RMS de cada una de las trazas, y se expresa en porcentaje de la forma:

$$NRMS = \frac{200 \times RMS(a_t - b_t)}{RMS(a_t) + RMS(b_t)}, \quad (25)$$

donde el operador *RMS* se define como:

$$RMS(x_t) = \sqrt{\frac{\sum_{t_1}^{t_2} (x_t)^2}{N}}, \quad (26)$$

y N es el número de muestras en el intervalo $t_1 - t_2$. El rango porcentual de esta medida va de 0 a 200, por lo que los valores *NRMS* no son muy intuitivos. Por ejemplo, si ambas trazas se encuentran anti-correlacionadas, es decir, desfasadas 180° el error *NRMS* es 200%, el cual corresponde al máximo teórico. Además, si una de las trazas posee la mitad de la amplitud de la otra, el error *NRMS* es aproximadamente 70%.

La Figura 10 muestra el error medio cuadrático normalizado entre el modelado completo y el modelado aproximado (con y sin la incorporación de las ondas convertidas), tanto para las ondas compresionales (Figura 1.12a) como para las de corte (Figura 1.12b).

Las líneas de color azul y verde representan el error *NRMS* para el modelo de alta y baja

velocidad, respectivamente. En tanto que las líneas sólidas representan el error $NRMS$ de las aproximaciones de Aki y Richard considerando las ondas PPPP y PSSS solamente, y las punteadas las aproximaciones considerando todas las contribuciones de las ondas mostradas en las ecuaciones 9 y 14. A partir de la Figura 10 se puede corroborar el hecho de que a mayor ángulo de incidencia, mayor es la diferencia entre las trazas. No obstante, en el caso de las ondas compresionales, los errores se mantienen por debajo del 20% para ángulos de incidencia de hasta 20 grados, aproximadamente. A su vez, es posible observar que el valor $NRMS$ para el modelo de baja velocidad (línea verde) es menor tanto para las ondas compresionales como para las de corte, ya que como se mencionó anteriormente el contraste de los parámetros elásticos entre los medios para este modelo es menor.

Además, el error entre las trazas creadas a partir de la aproximación de Aki y Richards tomando en cuenta todas las ondas convertidas no disminuye significativamente, por lo que la aproximación simple contiene la mayor parte de la energía de las ondas reflejadas. Asimismo se realizó el mismo análisis para diferentes espesores y el comportamiento de las curvas es similar al mostrado en la Figura 10.

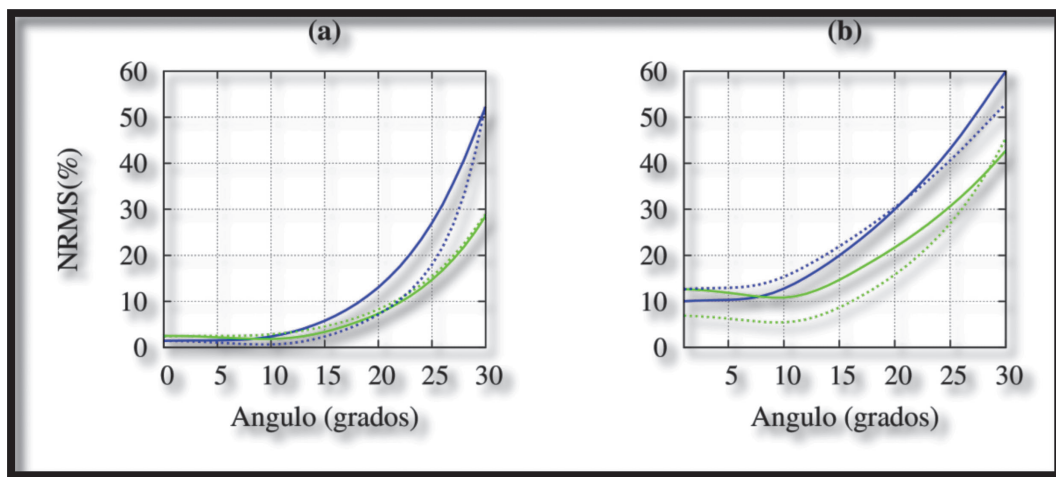


Figura 10. Error medio cuadrático normalizado entre los registros generados utilizando: a) onda compresional, b) onda de corte. Las líneas de color azul y verde representan el $NRMS$ para el modelo de alta y baja velocidad, respectivamente. Las líneas sólidas y punteadas representan el $NRMS$ de las aproximaciones considerando solamente las ondas PPPP y PSSS y las aproximaciones incorporando la información de las demás ondas convertidas, respectivamente.

Modelo de alto contraste

Cuando hablamos de reflexiones primarias nos referimos a aquellas ondas que se reflejan una sola vez en alguna interface antes de arribar al receptor. Contrariamente, las reflexiones

múltiples son aquellas ondas que sufren más de una reflexión antes de arribar al receptor. Este tipo de ondas suele considerarse “ruido” en la sísmica convencional porque suelen enmascarar las reflexiones primarias de interés, especialmente cuando los contrastes entre los medios son significativos. Si bien existen diversos procesos que permiten atenuar sus efectos, su inclusión en el modelado es crucial a la hora de realizar un proceso de inversión. Por ello se procedió a estudiar el efecto de las múltiples comparando la respuesta AVA obtenida con el modelado “completo” y la respuesta AVA creada con las aproximaciones de Aki y Richards que incluyen solamente las reflexiones primarias.

Debido a que en los modelos de alta y baja velocidad los contrastes entre los parámetros son, aunque realistas, relativamente pequeños, las reflexiones múltiples son despreciables desde un punto de vista energético. Por lo tanto, se generó un modelo de alto contraste (Tabla 4) para resaltar su importancia y evaluar su posible impacto en un escenario desfavorable.

En la Figura 11a se muestra la respuesta AVA de las ondas compresionales y en la Figura 11b la respuesta AVA de las ondas de corte utilizando el método “completo”. Se puede observar que los altos contrastes de impedancia producen múltiples con cierta energía visible a partir de los 80 ms aproximadamente. Por otro lado, la energía de las múltiples es menor en el caso de las ondas de corte, por lo que su impacto en este tipo de registros es muy poco significativo.

Las Figuras 12a y 12c muestran la comparación de algunas trazas individuales creadas por las aproximaciones de Aki y Richards utilizando sólo las ondas PPPP y las PSSS (curva verde) y el modelo completo (curva roja) para incidencia normal ($\theta = 0^\circ$) y para $\theta = 30^\circ$. La figura muestra claramente la presencia de múltiples en el caso del modelado “completo”, naturalmente ausentes en el caso del modelado “aproximado”, que no las incluye. Más allá de la presencia o no de las reflexiones múltiples, las diferencias entre los dos casos no son muy significativas.

La comparación de los respectivos espectros de amplitud se muestra en las Figuras 12b y 12d, donde se puede apreciar que el impacto de las múltiples es relativamente menor, aún para este modelo de capa delgada donde los contrastes entre las propiedades físicas de los medios es muy alto. En los casos en que los contrastes son moderados, como es el caso de los modelos de alta y baja velocidad analizados anteriormente, el impacto de las múltiples es despreciable. Como se puede apreciar, el espectro generado a partir de modelado completo, a diferencia del espectro creado con el modelo aproximado, posee un *notch* próximo a los 57 Hz. Este *notch* se corresponde con las oscilaciones observadas en las respectivas trazas a partir de los 80 ms aproximadamente, y que se corresponden con las reflexiones múltiples.

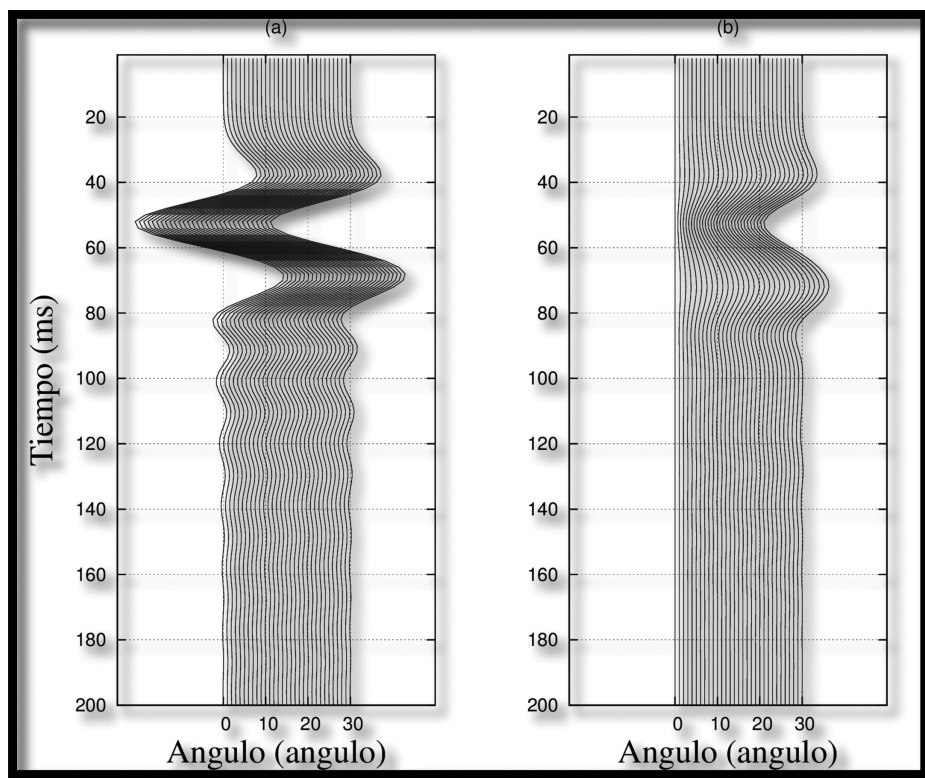


Figura 11. Respuesta AVA correspondiente al modelo de la Tabla 4 creados a partir del modelado “completo”. a) Onda compresional, b) Onda de corte.

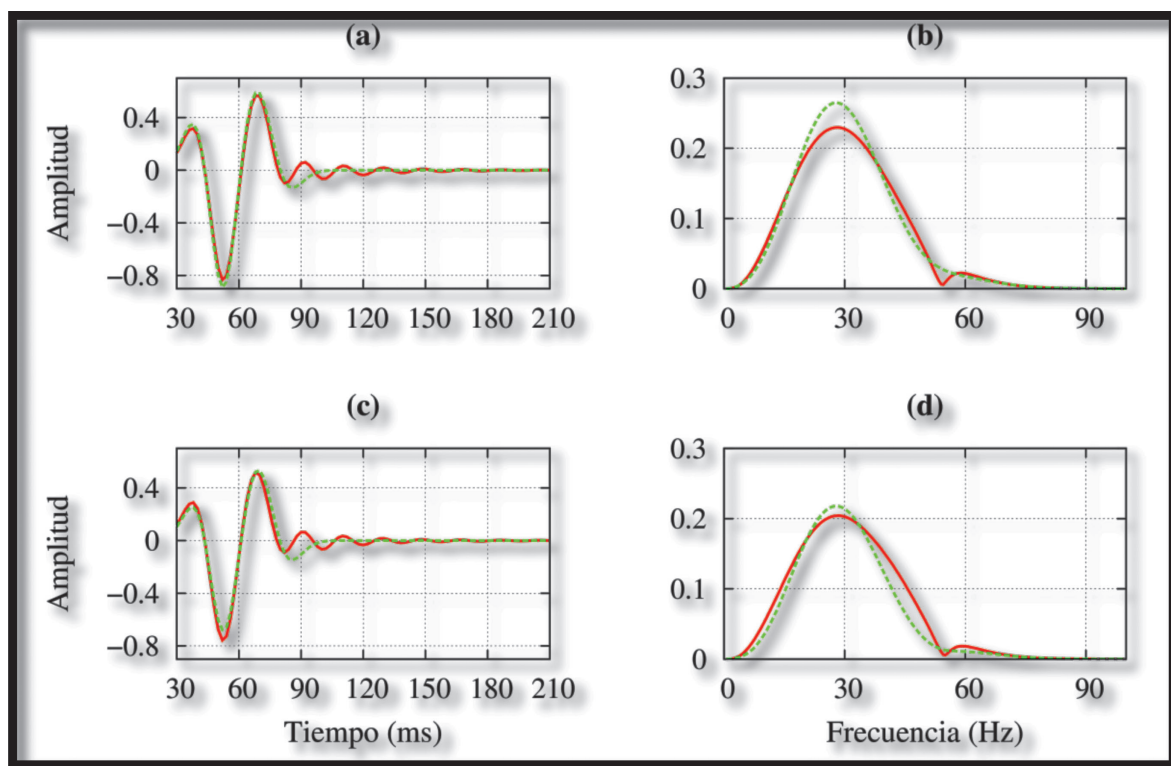


Figura 12. Comparación de las trazas y espectros correspondientes a los registros de la Figura 11a. a) y b) $\theta = 0^\circ$, c) y d) $\theta = 30^\circ$. La curva roja corresponde al modelado “completo” y la verde al “aproximado” con $i = j = 1$.

Inversión espectral prestack

Con la finalidad de medir el impacto del modelo aproximado en la inversión para la estimación de parámetros de interés, partimos de los trabajos realizados por Rubino and Velis (2008) y Guerrero *et al.* (2012). Donde se presentaron, estrategias para la caracterización cuantitativa de una capa delgada mediante una inversión espectral *prestack* utilizando *Simulated Annealing*. En estos trabajos, la respuesta sísmica “calculada” de la capa delgada se obtiene mediante el método que en este trabajo denominamos “completo”, que contienen, implícitamente, las contribuciones correspondientes a las reflexiones múltiples. No obstante, la respuesta sísmica “observada” utilizada para cotejar los datos calculados durante el proceso iterativo de inversión, no contienen múltiples, ya que las mismas se manifiestan para tiempos posteriores, como se mostró en la Figura 11, y resultan eliminadas al aislar la respuesta sísmica de la capa delgada en el dominio del tiempo mediante una ventana previo a la inversión. Asimismo, no se analizó la posibilidad de generar los datos mediante el método “aproximado”, una técnica que resulta mucho más eficiente desde el punto de vista computacional. Por ello, resulta interesante e importante analizar el impacto concreto que se obtiene en la inversión cuando se utilizan diferentes estrategias para el modelado de la respuesta sísmica de la capa delgada.

Siguiendo el procedimiento de Guerrero *et al.* (2012), para la inversión espectral *prestack* se define una función de costo J que mide la discrepancia entre los espectros de amplitud de los datos *prestack* observados $A_{PP}(f, \theta)$ y $A_{PS}(f, \theta)$, y los calculados $\hat{A}_{PP}(f, \theta)$ y $\hat{A}_{PS}(f, \theta)$, para cada frecuencia f y ángulo de incidencia θ , tanto para las ondas compresionales como para las de corte. La función J , que depende de diez variables que se corresponden con el espesor de la capa delgada, las velocidades y las densidades de cada uno de los tres medios que definen el modelo, se expresa como:

$$J = \alpha J_{PP} + (1 - \alpha) J_{PS} , \quad (27)$$

donde

$$J_{PP} = \frac{1}{N_{PM}} \sum_{i=1}^{N_P} \sum_{j=1}^M [A_{PP}(f_i, \theta_i) - \hat{A}_{PP}(f_i, \theta_i)]^2 \quad (28)$$

y

$$J_{PS} = \frac{1}{N_{SM}} \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{j=1}^M [A_{PS}(f_i, \theta_i) - \hat{A}_{PS}(f_i, \theta_i)]^2 \quad (29)$$

son las contribuciones a la función de costo asociadas con las ondas PP y PS, y N_P y N_S son el número de ángulos y M el número de frecuencias. La constante α toma valores entre 0 y 1, y se utiliza para asignar pesos a cada uno de los términos de la función de costo. Por simplicidad, en este análisis se eligió de manera tal que el peso de ambas contribuciones fuera similar:

$$\alpha = \frac{E_{PS}}{E_{PP} + E_{PS}} , \quad (30)$$

donde E_{PP} y E_{PS} son las energías de las ondas compresiones y de corte “observadas”, respectivamente.

Debido a la no-linealidad de la función de costo dada por la ecuación (29), su minimización con respecto a los diez parámetros mencionados supone ciertas dificultades, sobre todo por la posible presencia de mínimos locales. Por ello, utilizamos en forma combinada dos métodos de optimización: un método de optimización global conocido como “*Very Fast Simulated Annealing*” (SA) (Ingber, 1989) y el método de optimización local de Powell (Press *et al.*, 1992). Esta estrategia híbrida nos permite minimizar los problemas de convergencia asociados a la dependencia de la solución con el modelo inicial, así como también refinar la solución y acelerar la convergencia hacia el mínimo global cuando se está en las cercanías del mismo. Por otro lado, otro de los problemas asociados a este tipo de problema inverso está dado por la no-unicidad, sobre todo ante la presencia de datos ruidosos. Con la finalidad de reducir esa dificultad y mejorar aún más la eficacia del proceso de inversión, durante la inversión se incorporó información adicional de pozo, tal como se detalla en Guerrero *et al.* (2012) a través del uso de las correlaciones empíricas existentes entre $V_p - V_s$ y $V_p - \rho$.

Las Tablas 5 a 7 muestran el resultado de la inversión espectral prestack de las respuestas sísmicas asociadas a los modelos definidos en las Tablas 2 a 4, respectivamente. Se tomaron tres espesores distintos para cada modelo, correspondientes a valores que se encuentran por debajo, cercanos y por encima del espesor de *tuning* en cada caso. Además se utilizó un rango de ángulos de incidencia de 0 a 30°, los datos fueron contaminados con ruido aditivo gaussiano con una relación señal-ruido (S/N) de 10 (20 dB), y se realizaron 100 inversiones para diferentes valores de inicio denominados semillas. En dichas Tablas se presentan los valores promedio de los parámetros estimados para la capa delgada (V_p , V_s , ρ y h) luego de las 100 inversiones, sus respectivas desviaciones estándar y errores relativos.

En particular, las Tablas 5 y 6 muestran los resultados de la inversión espectral correspondientes al modelo de alta velocidad (Tabla 2) y baja velocidad (Tabla 3), respectivamente. Es posible apreciar que el error en la estimación de todos los parámetros se mantiene por debajo del 10-14 %, aproximadamente, excepto para $h = 5$ m en el caso del modelo de baja velocidad.

Para espesores cercanos y mayores al *tuning*, los errores decrecen notablemente, especialmente cuando el modelado utilizado es el “completo”, como era de esperar. En la mayoría de los casos el modelado aproximado produjo una mayor incerteza (mayores desviaciones estándar) en la estimación del espesor, y en menor medida en la estimación de V_p , pero la incerteza es similar para el resto de los parámetros, sobre todo para el modelo de baja velocidad.

La Tabla 7 presenta el resultado de la inversión espectral prestack correspondiente al modelo de alto contraste (Tabla 4), donde la presencia de múltiples es apreciable (Figura 11). La tabla de resultados muestra un aumento en el error porcentual en la estimación de los parámetros en relación a los errores obtenidos para los otros modelos (Tablas 5 y 6). Como era de esperar, en el caso que se utiliza en modelado “completo” esta degradación relativa de la precisión de los resultados se debe a que el espectro calculado en el proceso de inversión posee múltiples y el espectro

observado no. A pesar de esto, la estimación de los parámetros elásticos es relativamente buena cuando se utiliza el modelado completo, el cual en la mayoría de los casos posee mejor precisión y una mejor aproximación al valor real que el caso en el que se utiliza el modelado “aproximado”, que no contienen múltiples, pero debido al fuerte contraste de los medios involucrados, genera respuestas sísmicas más incompatibles con las observadas. Este comportamiento es más evidente para espesores por debajo del *tuning*, es decir por debajo de los 20 m.

	<i>h</i> =15 m		<i>h</i> =25 m		<i>h</i> =35 m	
	Aproximado	Completo	Aproximado	Completo	Aproximado	Completo
$\bar{h}$ (m)	14.3 ± 0.8	14.0 ± 1.0	26.3 ± 2.4	24.0 ± 1.3	36.0 ± 2.0	34.2 ± 0.8
E_h (%)	4.6	6.7	5.2	4.0	3.0	2.4
$\bar{V}_p$ (km/s)	4.5 ± 0.4	4.4 ± 0.3	3.8 ± 0.2	4.2 ± 0.2	3.9 ± 0.2	4.0 ± 0.2
E_{V_p} (%)	10.3	7.5	6.5	2.3	2.7	1.5
$\bar{V}_s$ (km/s)	2.7 ± 0.2	4.4 ± 0.3	2.3 ± 0.1	2.5 ± 0.1	2.3 ± 0.1	2.4 ± 0.1
E_{V_s} (%)	13.5	5.2	4.7	3.1	1.6	1.8
$\bar{\rho}$ (m)	2.6 ± 0.5	2.6 ± 0.4	2.5 ± 0.4	2.3 ± 0.4	2.3 ± 0.3	2.3 ± 0.2
E_ρ (%)	9.6	4.7	4.9	3.0	4.3	1.6

Tabla 5. Resultado de la inversión espectral *prestack* correspondiente al modelo de alta velocidad. El espesor de *tuning* para este modelo es de 26.5 m.

	<i>h</i> =15 m		<i>h</i> =25 m		<i>h</i> =35 m	
	Aproximado	Completo	Aproximado	Completo	Aproximado	Completo
$\bar{h}$ (m)	4.2 ± 1.5	4.6 ± 1.2	14.0 ± 1.6	15.8 ± 1.0	24.3 ± 1.1	25.4 ± 0.8
E_h (%)	16.0	8.0	6.6	5.3	2.8	1.6
$\bar{V}_p$ (km/s)	2.9 ± 0.2	2.3 ± 0.1	2.4 ± 0.2	2.5 ± 0.1	2.5 ± 0.1	2.6 ± 0.1
E_{V_p} (%)	12.7	11.3	6.3	5.6	2.9	2.3
$\bar{V}_s$ (km/s)	1.5 ± 0.1	1.2 ± 0.1	1.4 ± 0.1	1.2 ± 0.1	1.3 ± 0.1	1.3 ± 0.1
E_{V_s} (%)	8.8	8.5	6.4	6.5	2.5	1.6
$\bar{\rho}$ (m)	2.1 ± 0.1	1.9 ± 0.1	1.9 ± 0.1	1.7 ± 0.1	1.8 ± 0.1	1.9 ± 0.1
E_ρ (%)	13.8	9.1	4.9	3.5	2.1	0.6

Tabla 6. Resultado de la inversión espectral *prestack* correspondiente al modelo de baja velocidad. El espesor de *tuning* para este modelo es de 15.8 m.

	<i>h</i> =10 m		<i>h</i> =20 m		<i>h</i> =30 m	
	Aproximado	Completo	Aproximado	Completo	Aproximado	Completo
$\bar{h}$ (m)	9.0 ± 2.6	8.8 ± 2.1	18.4 ± 2	18.9 ± 1.6	28.7 ± 1.4	31.0 ± 1.2
E_h (%)	10.0	11.0	8.0	5.5	4.3	3.3
$\bar{V}_p$ (km/s)	1.9 ± 0.6	1.3 ± 0.4	1.8 ± 0.3	1.4 ± 0.2	1.7 ± 0.3	1.6 ± 0.2
E_{V_p} (%)	21.9	18.7	15.9	10.6	8.6	7.0
$\bar{V}_s$ (km/s)	1.4 ± 0.3	1.3 ± 0.2	1.3 ± 0.3	1.0 ± 0.2	1.2 ± 0.2	1.1 ± 0.1
E_{V_s} (%)	21.2	15.5	11.9	9.7	7.0	6.1
$\bar{\rho}$ (m)	2.2 ± 0.3	2.2 ± 0.2	2.1 ± 0.3	1.8 ± 0.2	1.8 ± 0.2	1.9 ± 0.15
E_ρ (%)	17.2	14.8	12.8	6.7	5.9	4.5

Tabla 7. Resultado de la inversión espectral *prestack* correspondiente al modelo de alto contraste. El espesor de *tuning* para este modelo es de 20.1 m.

CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta la importancia que posee el modelado de la respuesta sísmica en los procesos de inversión, hemos estudiado y comparado dos técnicas que permiten analizar y modelar la respuesta sísmica de una capa delgada según las variaciones de la amplitud versus el ángulo de incidencia. Una de las técnicas analizadas corresponde al modelado de la respuesta AVA según las aproximaciones de Aki Richards de tres términos, para las cuales se tuvo en cuenta por una parte sólo las ondas PPPP y PSSS ($i, j = 1, 4$), y por otra, todas las demás ondas convertidas ($i = j = 1, 4$). La otra técnica estudiada comprende el cálculo de los potenciales escalares y vectoriales que denominamos modelado “completo”. Al comparar estas dos técnicas fue posible cuantificar el error medio cuadrático normalizado, obteniéndose que las aproximaciones de Aki Richards para los modelos utilizados representan una buena aproximación para ángulos de incidencia menores a los 20° , especialmente para el caso de las ondas compresionales.

Para ángulos de incidencia mayores, las discrepancias aumentan significativamente. Asimismo, se demostró que error *NRMS* disminuye levemente al incorporar la información de todas las demás ondas convertidas, por lo que su contribución no es muy significativa. Por otro lado, cuando los contrastes entre los parámetros elásticos son importantes (modelo de alto contraste), las diferencias entre la aproximación y el modelado completo aumentan significativamente, ya que el modelado aproximado no contempla las reflexiones múltiples.

Luego, se procedió a analizar el impacto de estos modelados en el proceso de inversión. Si bien el modelado aproximado, que supone un ahorro computacional importante debido a la simpleza de los cálculos, y que en general condujo a una estimación satisfactoria de los parámetros elásticos y espesor, la utilización de un modelado más completo permite una reducción de la incerteza de los diversos parámetros estimados, y, por lo tanto, una mejor precisión y calidad de los resultados. Este aspecto debe tenerse particularmente en cuenta para el caso de capas delgadas con espesores por debajo del *tuning*, escenario donde la inversión espectral presenta más dificultades y la exigencia en cuanto a la calidad de los datos modelados necesarios para la iteración es mayor.

REFERENCIAS CITADAS

- | | |
|---|--|
| <p>Aki, K. y P. Richards, 1980, Quantitative seismology: theory and methods. W.H. Freeman and Co.</p> <p>Bortfeld R., 1961, Approximations to the reflection and transmission coefficients of plane longitudinal and transverse waves, Geophysical Prospecting, 9(4):485–502, ISSN 4.</p> | <p>Castagna J.P., H. W. Swan y D. J. Foster, 1998, Framework for AVO gradient and intercept interpretation. Geophysics, 63(3):948–956, ISSN 3, doi:10.1190/1.1444406.</p> <p>Chung H. y D. Lawton, 1995, Frequency characteristics of seismic reflections from thin beds, Canadian Journal of Exploration Geophysicists, 31:32–37.</p> |
|---|--|

- Gidlow P., G. Smith y P. Vail, 1992, Hydrocarbon detection using fluid factor traces: A case history, In Joint SEG/EAEG Summer Research Workshop on "How useful is Amplitude Versus Offset (AVO) Analysis?", p. 78–89.
- Guerrero R., D. R. Velis y J. G. Rubino, 2012, Inversión espectral prestack simultánea de ondas PP y PS para la caracterización cuantitativa de capas delgadas, *Geoacta*, Vol 37 N° 1, p. 37-52.
- Ikelle L. T. y L. Amundsen, 2005, Introduction to petroleum seismology, *Investigations in Geophysics*, SEG.
- Ingber L., 1989, Very fast simulated re-annealing, *Journal of Mathematical Computation and Modelling*, 12:967–973.
- Kragh E. y P. Christie, 2002, Seismic repeatability, normalized rms, and predictability, *The Leading Edge*, 21:640–647.
- Liu Y. y D. R. Schmitt, 2003, Amplitude and AVO responses of a single thin bed, *Geophysics*, 68(4):1161–1168.
- Ostrander W. J., 1984, Plane-wave reflection coefficients for gas sands at nonnormal angles of incidence, *Geophysics*, 49:1637–1648.
- Press W. H., S. Teukolsky, W. Vetterling y B. Flannery, 1992, *Numerical Recipes in FORTRAN: the Art of Scientific Computing*, 2nd. edition. Cambridge University Press, New York.
- Rubino J. G. y D. R. Velis, 2008, Thin-bed spectral inversion using prestack data. In *La Geofísica: integradora del conocimiento del subsuelo*, p. 289–300. Mar Del Plata, Argentina.
- Velis D. R. y J. G. Rubino, 2011, Quantitative characterization of CO₂-bearing thin layers at the Sleipner field using spectral inversion, In *Expanded Abstracts*, volume 30, pages 2502–2506, SEG, ISSN 1. doi:10.1190/1.3627712.
- Widess M., 1973, How thin is a thin bed? *Geophysics*, 38:1176–1180.
- Yilmaz O., 2001, *Seismic Data Analysis: processing, inversion, and interpretation of seismic data*, *Investigations in Geophysics*, SEG.
- Zoeppritz K., 1919, Über Reflexion und Durchgang seismischer Wellen durch Unstetigkeits-flächen, *Gott. Nachr. Math, Phys*, K1:66–84.